

[インデックスに戻る](#)

3. 図形と計量

3-3. 図形の計量

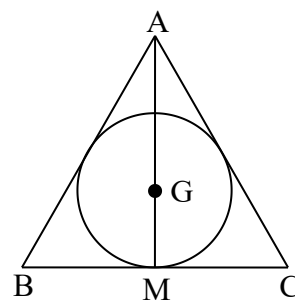
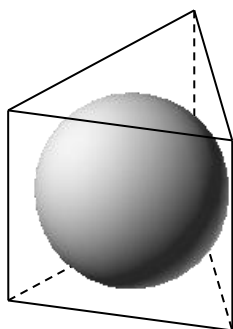
3-3-3. 空間図形の計量

3-3-3-5. 三角柱に内接する球の半径

球が多面体のすべての面に接するとき、球はその多面体に内接するという。

(例題)

一辺の長さが1の正三角形を底面とする三角柱に内接する円の半径を求めよ。また、そのときの三角柱の高さを求めよ。



(解答)

底面に平行で球の中心を通る平面で切ったときの断面を考える（上から見た平面図を考えても同じである）。

球の断面は円であり、この円の半径は球の半径に等しい。三角柱の断面は、底面と合同な三角形である。球の断面である円を C とし、三角柱の断面である三角形の頂点を A 、 B 、 C とする。円 C は三角形 ABC に内接している。

三角形 ABC は一辺が1の正三角形である。 C の中心は、三角形 ABC の内心であるが、三角形 ABC は正三角形であるから、内心は重心と一致する。この点を G とする。三角形 ABC において、辺 BC の中点を M とすると、 G は線分 AM を $2:1$ に内分する点であり、円 C の半径は GM である。 $AM \perp BC$ より

$$AM = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$GM = \frac{1}{3} AM = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

球が三角柱の2つの底面に接することより、三角柱の高さは球の直径に等しい。したがって、三角柱の高さは

$$2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

以上より、

$$(\text{球の半径}) = \frac{\sqrt{3}}{6}, (\text{三角柱の高さ}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

[インデックスに戻る](#)