

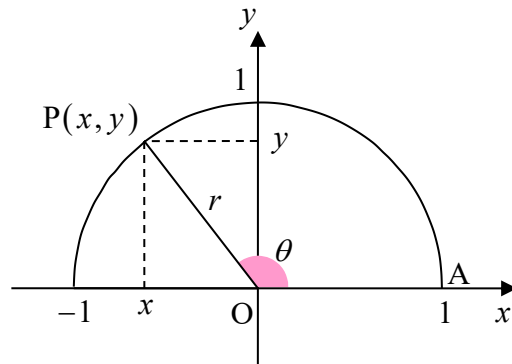
[インデックスに戻る](#)

3. 図形と計量

3-1. 三角比

3-1-3. 三角比の拡張

3-1-3-4. 三角比の相互関係



原点を中心とする半径1の半円上の点をPとする。 $\angle AOP = \theta$ とし、 $A(1, 0)$ 、 $P(x, y)$ とすると、三角比の定義より

$$x = \cos \theta, \quad y = \sin \theta \quad \cdots \textcircled{1}$$

である。三平方の定理より

$$OP^2 = x^2 + y^2$$

であり、 $OP = 1$ であるから、

$$x^2 + y^2 = 1 \quad \cdots \textcircled{2}$$

が成り立つ。①②より、次の関係式が成り立つことがわかる。

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1 \quad \cdots \textcircled{3}$$

また、 $\tan \theta$ の定義より

$$\tan \theta = \frac{y}{x} \quad \cdots \textcircled{4}$$

であるから、①④より

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad \cdots \textcircled{5}$$

が成り立つ。さらに、③の両辺を $\cos^2 \theta$ で割ることにより

$$1 + \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$1 + \left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta} \right)^2 = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

これと⑤より

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

が成り立つ。

三角比の相互関係

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

例

$$\cos \theta = -\frac{4}{5} \quad (0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ) \text{ のとき、} \sin \theta、\tan \theta \text{ の値を求めよ。}$$

解答

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \text{ より}$$

$$\sin^2 \theta + \left(-\frac{4}{5}\right)^2 = 1$$

$$\sin^2 \theta = \frac{9}{25}$$

$$\sin \theta > 0 \text{ より}$$

$$\sin \theta = \frac{3}{5}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \text{ より}$$

$$\tan \theta = \frac{\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}} = -\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{4} = -\frac{3}{4}$$

[インデックスに戻る](#)