インデックスに戻る

９．図形と方程式
９－３．軌跡と領域
９－３－２．領域
９－３－２－３．連立不等式が表す領域

連立不等式が成り立つのは、並べられた不等式のすべてが同時に成り立つときである。よって、連立不等式が表す領域は、それぞれの不等式が表す領域すべての共通部分である。

（例）

連立不等式$\begin{cases} x+y \leq 2 \\ x-y \leq 4 \end{cases}$の表す領域について考える。

不等式$x+y \leq 2$を変形すると、

$$y \leq -x+2$$

この不等式で表される領域は、直線$y=-x+2$の下側（境界を含む）である。

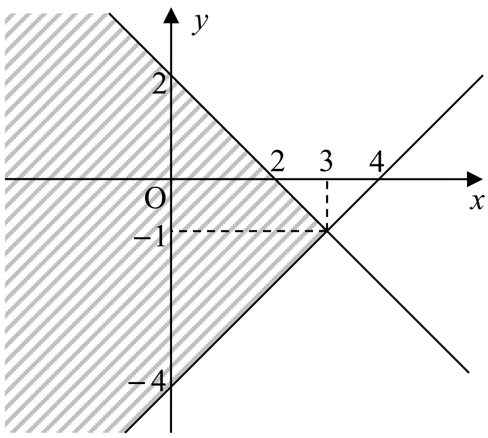
不等式$x-y \leq 4$を変形すると

$$y \geq x-4$$

この不等式で表される領域は、直線$y=x-4$の上側（境界を含む）である。

直線$y=-x+2$と直線$y=x-4$の交点の座標は$(3,-1)$である。

よって、連立不等式$\begin{cases} x+y \leq 2 \\ x-y \leq 4 \end{cases}$で表される領域は、次のようになる。



（図の斜線部。境界を含む。）

（例）

連立不等式$\begin{cases} x^2+y^2-10x \leq 0 \\ x+y-4 \geq 0 \end{cases}$が表す領域について考える。

不等式$x^2+y^2-10x \leq 0$を変形すると

$$\left(x^2-10x\right)+y^2 \leq 0$$

$$(x-5)^2+y^2 \leq 5^2$$

この不等式は、点$(5,0)$を中心とし半径が5の円の内部を表す。

不等式$x+y-4 \geq 0$を変形すると

$$y \geq -x+4$$

この不等式は直線$y=-x+4$の上側を表す。

また、円$x^2+y^2-10x=0$と直線$y=-x+4$の交点を求めるために、方程式を解くと

$$x^2+(-x+4)^2-10x=0$$

$$2x^2-18x+16=0$$

$$x^2-9x+8=0$$

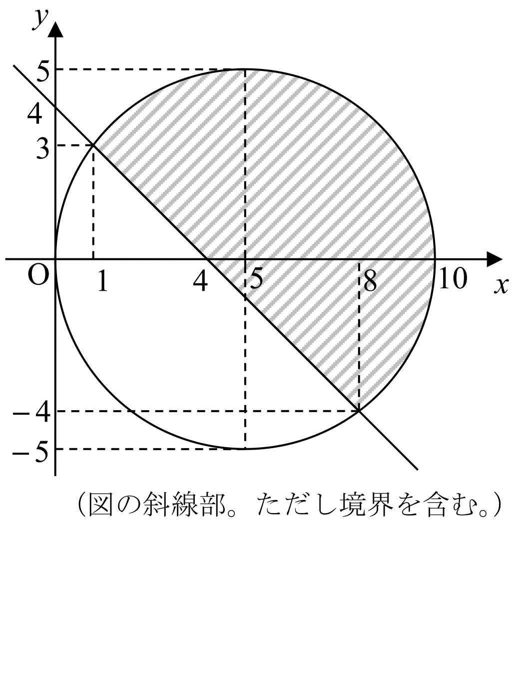
$$(x-1)(x-8)=0$$

$$x=1、x=8$$

$$y=3、y=-4$$

であるから、交点は2つあって、その座標は$(1,3)$と$(8,-4)$である。

以上より、連立不等式$\begin{cases} x^2+y^2-10x \leq 0 \\ x+y-4 \geq 0 \end{cases}$で表される領域を図示すると、次の図のようになる。



（図の斜線部。ただし境界を含む。）

（例）

不等式$(2x+y-5)(x+2y-4)<0$が表す領域を考える。$(2x+y-5)(x+2y-4)<0$となるのは

ⅰ　$2x+y-5>0$　かつ　$x+2y-4<0$

ⅱ　$2x+y-5<0$　かつ　$x+2y-4>0$

のいずれかの場合である。

ⅰ

不等式$2x+y-5>0$を変形すると

$$y>-2x+5$$

これは、直線$y=-2x+5$の上側を表す。不等式$x+2y-4<0$を変形すると

$$y<-\frac{1}{2}x+2$$

これは、直線$y=-\frac{1}{2}x+2$の下側を表す。

ⅱ

不等式$2x+y-5<0$を変形すると

$$y<-2x+5$$

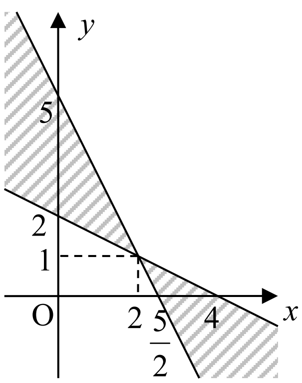
これは直線$y-2x+5$の下側を表す。不等式$x+2y-4>0$を変形すると

$$y>-\frac{1}{2}x+2$$

これは直線$y=-\frac{1}{2}x+2$の上側を表す。

直線$y=-2x+5$と直線$y=-\frac{1}{2}x+2$の交点の座標は$(2,1)$である。

以上より、不等式$(2x+y-5)(x+2y-4)<0$の表す領域は、次の図のようになる。



（図の斜線部。ただし境界は含まない。）

インデックスに戻る