インデックスに戻る

９．図形と方程式

９－３．軌跡と領域

９－３－１．軌跡と方程式

９－３－１－２．連動する点の軌跡

（例）

点Qが円 $x^2+y^2=2^2$ 上を動くとき、点 $A(2,4)$ と点Qを結んで得られる線分AQの中点Pの軌跡を求める。点Qの座標を (s,t) とする。点Qは円 $x^2+y^2=2^2$ 上を動くから

$s^2+t^2=4$ …①

点Pの座標を (x,y) とする。点Pが線分AQの中点であるから

$x=\dfrac{s+2}{2}$、$y=\dfrac{t+4}{2}$

が成り立つ。これを s、t について解くと

$s=2x-2$、$t=2y-4$ …②

②を①に代入すると

$$(2x-2)^2+(2y-4)^2=4$$

$$(x-1)^2+(y-2)^2=1$$

よって、点Pは円 $(x-1)^2+(y-2)^2=1$ 上にある。

逆に、この円上のすべての点 $P(x,y)$ に対して、②を満たすように s、t を定めると、点 $Q(s,t)$ は円 $x^2+y^2=2^2$ 上にあり、点Pは線分AQの中点である。

したがって、求める軌跡は点 $(1,2)$ を中心とする半径1の円である。

点Qがある図形上を動くとき、それに対応して動く点Pの軌跡は、次のようにすると求められる場合が多い。

ⅰ．

点$\mathrm{Q}(s,t)$とし、点Qが動く図形の方程式にs、tを代入する。

ⅱ．

点Pを(x,y)として、点Pと点Qの対応を式で表す。その際に

① x、yをs、tを用いて表したあとで、その方程式をs、tについて解く。
　または

② 対応の関係を調べて、直接s、tをx、yを用いて表す。

ⅲ．

ⅱの結果をⅰの方程式に代入して、それがどのような図形を表すかを考える。

インデックスに戻る