

[インデックスに戻る](#)

9. 図形と方程式

9-2. 円

9-2-2. 円と直線

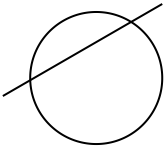
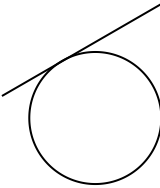
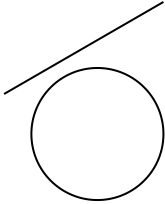
9-2-2-2. 円と直線の位置関係

ここでは、 y 軸に平行でない直線について考える。

円の方程式と直線の方程式を連立したものから、 y を消去して得られる x の 2 次方程式が

$ax^2 + bx + c = 0$ であるとする。この 2 次方程式の判別式を $D = b^2 - 4ac$ とする。

この円と直線の位置関係は次のようになる。

D の符号	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$ax^2 + bx + c = 0$ の 実数解	異なる 2 つの実数解	(1 つの) 重解	なし
円と直線 の 位置関係	異なる 2 点で交わる 	接する 	共有点を持たない 
共有点の個数	2 個	1 個	0 個

(例)

円 $x^2 + y^2 = 5$ と直線 $y = 2x + m$ について考える。

直線の方程式を円の方程式に代入すると

$$x^2 + (2x + m)^2 = 5$$

$$x^2 + (4x^2 + 4mx + m^2) = 5$$

$$5x^2 + 4mx + m^2 - 5 = 0$$

この 2 次方程式の判別式を D とすると

$$D = (4m)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (m^2 - 5) = -4m^2 + 100 = -4(m - 5)(m + 5)$$

である。

$m < -4$ 、 $4 < m$ のとき、 $D < 0$ であるから、この円と直線は共有点を持たない。

$m = -4$ 、 $m = 4$ のとき、 $D = 0$ であるから、この円と直線は接する。

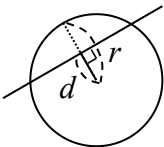
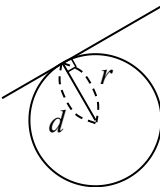
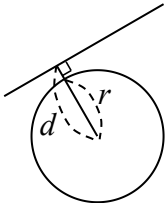
$-4 < m < 4$ のとき、 $D > 0$ であるから、この円と直線は 2 点で交わる。

また、この円と直線が共有点を持つような m の値の範囲は

$$-4 \leq m \leq 4$$

である。

半径が r の円の中心と直線との距離を d とするとき、この直線と円の位置関係は次のようになる。

d と r の大小	$d < r$	$d = r$	$d > r$
円と直線の 位置関係	異なる 2 点で交わる 	接する 	共有点を持たない 
共有点の個数	2 個	1 個	0 個

(例)

$x + 3y + k = 0$ で表される直線を l とし、 $x^2 + y^2 = 10$ で表される円を C とする。 l が C に接するときの k の値を求める。

円 C の中心は原点 $(0,0)$ 、半径は $\sqrt{10}$ である。円 C の中心と直線 l との距離は

$$\frac{|k|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{10}}$$

である。これが、円 C の半径 $\sqrt{10}$ に等しいから

$$\frac{|k|}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$$

$$|k| = 10$$

$$k = \pm 10$$

[インデックスに戻る](#)