

[インデックスに戻る](#)

9. 図形と方程式

9-2. 円

9-2-1. 円の方程式

9-2-1-3. 3点を通る円

同一直線上にない3点を通る円は、ただ一つに定まる。

(例)

3点 $(5,5)$ 、 $(6,4)$ 、 $(-3,1)$ を通る円の方程式を求める。

円の方程式は

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

と表すことができる。この円が上の3点を通るとすると、 $(x,y)=(5,5)$ 、 $(x,y)=(6,4)$ 、 $(x,y)=(-3,1)$ を代入すると①は成り立つ。よって

$$50 + 5a + 5b + c = 0 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$52 + 6a + 4b + c = 0 \quad \cdots \textcircled{3}$$

$$10 - 3a + b + c = 0 \quad \cdots \textcircled{4}$$

④-②より

$$-40 - 8a - 4b = 0$$

$$10 + 2a + b = 0 \quad \cdots \textcircled{5}$$

③-②より

$$2 + a - b = 0 \quad \cdots \textcircled{6}$$

⑤+⑥より

$$12 + 3a = 0$$

$$a = -4 \quad \cdots \textcircled{7}$$

⑦を⑥に代入

$$2 - 4 - b = 0$$

$$b = -2 \quad \cdots \textcircled{8}$$

⑦⑧を②に代入

$$50 - 20 - 10 + c = 0$$

$$c = -20 \quad \cdots \textcircled{9}$$

⑦⑧⑨より

$$a = -4、b = -2、c = -20$$

①より、この円の方程式は

$$x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$$

である。この式の左辺を平方完成すると

$$(x-2)^2 - 4 + (y-1)^2 - 1 - 20 = 0$$

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 25$$

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 5^2$$

よって、この円の中心は $(2,1)$ 、半径は 5 である。

(注)

上の(例)の円は、3点 $(5,5)$ 、 $(6,4)$ 、 $(-3,1)$ を頂点とする三角形の外接円であり、その中心 $(2,1)$ はこの三角形の外心である。

[インデックスに戻る](#)