

[インデックスに戻る](#)

9. 図形と方程式

9-2. 円

9-2-1. 円の方程式

9-2-1-2. 二次方程式による表示

円の方程式 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 2^2$ の左辺を展開すると

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 4$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$$

となる。一般に、円の方程式は展開して整理することにより

$$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$$

の形になる。

(例)

方程式

$$x^2 + y^2 + 2x - 2y - 2 = 0$$

で表される図形を求める。左辺を平方完成する。

$$(x^2 + 2x) + (y^2 - 2y) - 2 = 0$$

$$(x+1)^2 - 1 + (y-1)^2 - 1 - 2 = 0$$

$$(x+1)^2 + (y-1)^2 = 4$$

$$(x+1)^2 + (y-1)^2 = 2^2$$

よって、この方程式で表される図形は、 $(-1,1)$ を中心とする半径が2の円である。

(例)

方程式

$$x^2 + 2x + y^2 + 2y + 2 = 0$$

の左辺を平方完成すると

$$(x+1)^2 + (y+1)^2 = 0$$

となる。これは、円を表さない。この方程式を満たす x 、 y の値は

$$(x, y) = (-1, -1)$$

のみである。

(例)

方程式

$$x^2 + y^2 + 2x + 2y + 3 = 0$$

の左辺を平方完成すると

$$(x+1)^2 + (y+1)^2 + 1 = 0$$

$$(x+1)^2 + (y+1)^2 = -1$$

となる。これは円を表さない。この方程式を満たす実数 x 、 y は存在しない。

(例)

方程式

$$x^2 + y^2 + 2x + 2y + k = 0 \quad (k \text{ は実数の定数})$$

の左辺を平方完成すると

$$(x+1)^2 - 1 + (y+1)^2 - 1 + k = 0$$

$$(x+1)^2 + (y+1)^2 = 2 - k$$

となる。よって、この方程式が円を表すための条件は

$$2 - k > 0$$

$$k < 2$$

である。

(例)

方程式

$$2x^2 + 2y^2 + x + 3y - 1 = 0$$

は、式変形により

$$x^2 + y^2 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}y - \frac{1}{2} = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{1}{2} = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{1}{16} + \frac{9}{16} + \frac{1}{2}$$

$$\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{18}{16}$$

$$\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{3\sqrt{2}}{4}\right)^2$$

よって、この方程式は点 $\left(-\frac{1}{4}, -\frac{3}{4}\right)$ を中心とする半径 $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ の円を表す。

[インデックスに戻る](#)