

[インデックスに戻る](#)

9. 図形と方程式

9-1. 点と直線

9-1-2. 座標平面上の点

9-1-2-3. 内分点と外分点の座標

点 $A(x_1, y_1)$ 、点 $B(x_2, y_2)$ とし、線分 AB を $m:n$ に内分する点を $C(x_3, y_3)$ とする。

点 A 、 B 、 C から x 軸に下ろした垂線の足を D 、 E 、 F とするとき、 $D(x_1, 0)$ 、 $E(x_2, 0)$ 、 $F(x_3, 0)$

であり、点 F は線分 DE を $m:n$ に内分する。数直線上の内分点の座標の公式により

$$x_3 = \frac{nx_1 + mx_2}{m+n}$$

がいえる。同様にして

$$y_3 = \frac{ny_1 + my_2}{m+n}$$

が成り立つ。外分の場合も同様である。

座標平面上の内分点、外分点の座標

$A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ とする。

線分 AB を $m:n$ に内分する点の座標は

$$\left(\frac{nx_1 + mx_2}{m+n}, \frac{ny_1 + my_2}{m+n} \right)$$

であり、線分 AB を $m:n$ ($m \neq n$) に外分する点の座標は

$$\left(\frac{-nx_1 + mx_2}{m-n}, \frac{-ny_1 + my_2}{m-n} \right)$$

である。とくに、線分 AB の中点の座標は

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

である。

(例)

$A(1,8)$ 、 $B(7,2)$ とする。線分 AB を $2:1$ に内分する点を C 、線分 AB を $2:1$ に外分する点を D 、線分 AB の中点を M とする。

$$\frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 7}{2+1} = \frac{1+14}{3} = \frac{15}{3} = 5, \quad \frac{1 \cdot 8 + 2 \cdot 2}{2+1} = \frac{8+4}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

より、 $C(5,4)$ である。

$$\frac{-1 \cdot 1 + 2 \cdot 7}{2-1} = \frac{-1+14}{1} = \frac{13}{1} = 13, \quad \frac{-1 \cdot 8 + 2 \cdot 2}{2-1} = \frac{-8+4}{1} = \frac{-4}{1} = -4$$

より、 $D(13,-4)$ である。

$$\frac{1+7}{2} = \frac{8}{2} = 4, \quad \frac{8+2}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

より、 $M(4,5)$ である。

三角形 ABC の重心を G 、辺 BC の中点を M とすると、点 G は線分 AM を $2:1$ に内分する。ここで、 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 、 $C(x_3, y_3)$ とすると

$$M\left(\frac{x_2 + x_3}{2}, \frac{y_2 + y_3}{2}\right)$$

であり、

$$\frac{1 \cdot x_1 + 2 \cdot \frac{x_2 + x_3}{2}}{2+1} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \quad \frac{1 \cdot y_1 + 2 \cdot \frac{y_2 + y_3}{2}}{2+1} = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$

であるから、次のことが成り立つ。

三角形の重心の座標

$A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 、 $C(x_3, y_3)$ とするとき、三角形 ABC の重心の座標は

$$\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$$

9. 図形と方程式 | 1. 点と直線 | 2. 座標平面上の点 | 3. 内分点と外分点の座標

(例)

$A(1,2)$ 、 $B(8,9)$ 、 $C(-3,7)$ とすると、三角形 ABC の重心を G とすると

$$\frac{1+8+(-3)}{3} = \frac{6}{3} = 2, \quad \frac{2+9+7}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

であるから

$G(2,6)$

である。

[インデックスに戻る](#)