インデックスに戻る

９．図形と方程式
９－１．点と直線
９－１－２．座標平面上の点
９－１－２－２．２点間の距離

点 $\mathrm{A}(x_1, y_1)$、$\mathrm{B}(x_2, y_2)$に対して、$\mathrm{C}(x_2, y_1)$とすると、$\angle\mathrm{ACB} = 90°$であるから

$$\mathrm{AB}^2 = \mathrm{AC}^2 + \mathrm{BC}^2$$

が成り立つ。

$$\mathrm{AC} = |x_2 - x_1|、\mathrm{BC} = |y_2 - y_1|$$

であるから

$$\mathrm{AB}^2 = |x_2 - x_1|^2 + |y_2 - y_1|^2$$

である。よって、次のことがいえる。

2 点間の距離

2 点 $\mathrm{A}(x_1, y_1)$、$\mathrm{B}(x_2, y_2)$の距離は

$$\mathrm{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

（例）

$\mathrm{O}(0,0)$、$\mathrm{A}(2,1)$、$\mathrm{B}(1,-1)$とすると

$$\mathrm{OA} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

$$\mathrm{AB} = \sqrt{(1-2)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}$$

$$\mathrm{OB} = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$$

である。よって、$\triangle\mathrm{OAB}$は$\mathrm{OA} = \mathrm{AB}$の二等辺三角形である。

（例）

x を実数とし、

$\mathrm{A}(3,3)$、$\mathrm{P}(x,4-x)$

とする。$\mathrm{AP}=2$ が成り立つような、x を求めたい。

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{AP}^2\\
&=(x-3)^2+\{(4-x)-3\}^2\\
&=(x-3)^2+(1-x)^2\\
&=(x^2-6x+9)+(1-2x+x^2)\\
&=2x^2-8x+10
\end{aligned}
$$

であるから、次の方程式を立てることができる。

$$2x^2-8x+10=2^2$$

これを解くと

$$
\begin{aligned}
&2x^2-8x+10=4\\
&2x^2-8x+6=0\\
&x^2-4x+3=0\\
&(x-1)(x-3)=0\\
&x=1,3
\end{aligned}
$$

（例）

三角形ABCについて、辺BCを$2:1$に内分する点をPとする。このとき

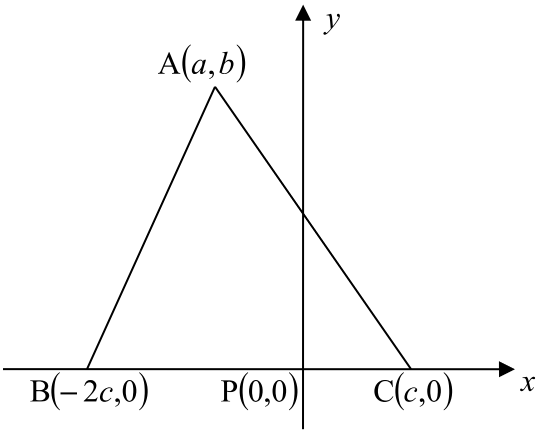
$$AB^2+2AC^2=3\left(AP^2+2CP^2\right) \quad \cdots①$$

が成り立つことを、座標を用いて示す。

点Pを原点とし、Cがx軸の正の部分にあるように、座標軸を定め、

$A(a,b)$、$B(-2c,0)$、$C(c,0)$、$P(0,0)$

とおくことができる。ただし、a、b、cは実数である。



このとき

$$\begin{aligned}
&AB^2+2AC^2\\
&=\left\{(a+2c)^2+b^2\right\}+2\left\{(a-c)^2+b^2\right\}\\
&=\left(a^2+4ac+4c^2+b^2\right)+2\left(a^2-2ac+c^2+b^2\right)\\
&=3a^2+6c^2+3b^2=3\left(a^2+b^2+2c^2\right)\\
&=3\left(AP^2+2CP^2\right)
\end{aligned}$$

となるから、①が成り立つことがわかる。

[インデックスに戻る]