インデックスに戻る

９．図形と方程式
９－１．点と直線
９－１－１．数直線
９－１－１－２．内分と外分

m、nを正の実数とする。また、点A、Bは数直線上の点であるとする。

線分AB上の点にあり、$\mathrm{AP}:\mathrm{PB}=m:n$を満たす点Pは、ただひとつに定まる。このとき、点Pは線分ABを$m:n$に内分するという。

$m \neq n$のとき、線分ABの延長上（直線AB上の線分ABを除く部分）にあり、$\mathrm{AQ}:\mathrm{QB}=m:n$を満たす点Qは、ただひとつに定まる。このとき、点Qは線分ABを$m:n$に外分するという。点Qは、$m<n$のとき線分ABのAの側の延長上にあり、$m>n$のとき線分ABのBの側の延長上にある。

$\mathrm{A}(a)$、$\mathrm{B}(b)$　（$a \neq b$）とする。
線分ABを$m:n$に内分する点を$\mathrm{P}(p)$とする。
$a<b$ならば、

$$\mathrm{AB}=b-a\text{、}\ \mathrm{AP}=\frac{m}{m+n}\mathrm{AB}=\frac{m}{m+n}(b-a)$$

$$p=a+\frac{m}{m+n}(b-a)=\frac{na+mb}{m+n}$$

$a>b$ならば、

$$\mathrm{AB}=a-b\text{、}\ \mathrm{BP}=\frac{n}{m+n}\mathrm{AB}=\frac{n}{m+n}(a-b)$$

$$p=b+\frac{n}{m+n}(a-b)=\frac{na+mb}{m+n}$$

線分 AB を $m:n$ （$m \neq n$）に外分する点を $\mathrm{Q}(q)$ とする。
$m<n$、$a<b$ のとき、点 Q は線分 AB の A の側の延長上にあるから

$$q = a - \frac{m}{n-m}\mathrm{AB} = a - \frac{m}{n-m}(b-a) = \frac{na-mb}{n-m} = \frac{-na+mb}{m-n}$$

$m<n$、$a>b$ のときも、点 Q は線分 AB の A の側の延長上にあるから

$$q = a + \frac{m}{n-m}\mathrm{AB} = a + \frac{m}{n-m}(a-b) = \frac{na-mb}{n-m} = \frac{-na+mb}{m-n}$$

$m>n$、$a<b$ のとき、点 Q は線分 AB の B の側の延長上にあるから

$$q = b + \frac{n}{m-n}\mathrm{AB} = b + \frac{n}{m-n}(b-a) = \frac{mb-na}{m-n} = \frac{-na+mb}{m-n}$$

$m>n$、$a>b$ のときも、点 Q は線分 AB の B の側の延長上にあるから

$$q = b - \frac{n}{m-n}\mathrm{AB} = b - \frac{n}{m-n}(a-b) = \frac{mb-na}{m-n} = \frac{-na+mb}{m-n}$$

内分点と外分点

m、n を正の実数とする。数直線上の点 $\mathrm{A}(a)$、$\mathrm{B}(b)$ に対して、線分 AB を $m:n$ に内分する点を $\mathrm{P}(p)$、$m:n$ に外分する点を $\mathrm{Q}(q)$ とすると、

$$p = \frac{na+mb}{m+n}$$

$$q = \frac{-na+mb}{m-n} \quad (m \neq n)$$

とくに、P が線分 AB の中点である場合　$p = \frac{a+b}{2}$

（例）

$\mathrm{A}(2)$、$\mathrm{B}(5)$ のとき、線分 AB を $2:1$ に内分する点 P とすると、

$$\frac{1\cdot 2+2\cdot 5}{2+1} = \frac{2+10}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

より、$\mathrm{P}(4)$ である。線分 AB を $2:1$ に外分する点を Q とすると

$$\frac{-1\cdot 2+2\cdot 5}{2-1} = \frac{-2+10}{1} = \frac{8}{1} = 8$$

より、$\mathrm{Q}(8)$ である。

インデックスに戻る