インデックスに戻る

１５． 数列

１５－３．漸化式と数学的帰納法

１５－３－２．数学的帰納法

１５－３－２－２．等式の証明

数学的帰納法を用いて、数列の和に関する命題の証明をしてみよう。

（例）

$$1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2 \quad \cdots①$$

を数学的帰納法を用いて証明する。

（１）

$n=1$のとき、①の左辺は1、①の右辺は$1^2=1$であるから、$n=1$のとき①は成り立つ。

（２）

$n=k$のとき①が成り立つと仮定する。すなわち

$$1+3+5+\cdots+(2k-1)=k^2 \quad \cdots②$$

$n=k+1$のときの①の左辺は、②を用いて変形すると

$$\begin{aligned}&1+3+5+\cdots+(2k-1)+\{2(k+1)-1\}\\&=\{1+3+5+\cdots+(2k-1)\}+(2k+1)\\&=k^2+2k+1\\&=(k+1)^2\end{aligned}$$

すなわち

$$1+3+5+\cdots+\{2(k+1)-1\}=(k+1)^2$$

であり、$n=k+1$のときも①は成り立つ。

（１）（２）より、すべての自然数nについて、①は成り立つ。

インデックスに戻る