インデックスに戻る

１５． 数列
１５－３．漸化式と数学的帰納法
１５－３－２．数学的帰納法
１５－３－２－１．数学的帰納法による証明

自然数nに関する命題で、「すべての自然数nについて、$P(n)$」の形をしたものの証明について考える。ただし$P(n)$の部分は、nを含む文（nに関する条件）であるとする。
次の二つの事柄が示せたとする。

（１）　$P(1)$が成り立つ。

（２）　$P(k)$が成り立つと仮定すると$P(k+1)$が成り立つ。

（１）より$P(1)$は成り立つ。これと（２）より$P(2)$が成り立つ。さらに、これと（２）より$P(3)$が成り立つ。さらにこれと（２）より$P(4)$が成り立つ。これを繰り返すことですべての自然数nについて$P(n)$が成り立つことが証明できたとみなすことができる。
このような証明法を数学的帰納法という。

数学的帰納法

$P(n)$をnに関する条件とする。

命題「すべての自然数nについて$P(n)$が成り立つ」

の証明は、次の２つのことを示せばよい。

（１）　$n=1$のとき$P(n)$は成り立つ。

（２）　$n=k$のとき$P(n)$が成り立つと仮定すると、$n=k+1$のときにも$P(n)$が成り立つ。

（注）

「すべての自然数nについて$P(n)$」の形をした命題では、数学的帰納法を用いるとうまく証明できる場合も多いが、証明がうまくいかない場合や他の方法で証明できる場合もある。

インデックスに戻る