インデックスに戻る

１５． 数列

１５－１． 等差数列と等比数列

１５－１－４．等比数列

１５－１－４－２．等比数列の一般項

初項a、公比rの等比数列では、aにrを繰り返しかけることによって、各項が得られる。

$a_1 = a$

$a_2 = a_1 \times r = a \times r = ar$

$a_3 = a_2 \times r = ar \times r = ar^2$

$a_4 = a_3 \times r = ar^2 \times r = ar^3$

…

初項a_1からa_4に至るには、rを3回かけている。初項a_1からa_nに至るには、rを$n-1$回かけることになるから、等比数列の一般項は次のようになる。

等比数列の一般項

初項a、公比rの等比数列の一般項は

$$a_n = ar^{n-1}$$

（例）

初項2、公比3の等比数列$\{a_n\}$の一般項は

$$a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$$

（例）

初項1、公比2の等比数列$\{a_n\}$の一般項は

$$a_n = 2^{n-1}$$

であるから、この数列の第7項は

$$a_7 = 2^{7-1} = 2^6 = 64$$

（例）

数列$\{a_n\}$は等比数列であり、$a_2=8$、$a_5=64$であるとする。このときの第 11 項a_{11}の値を求めよう。

初項をa、公比をrとする。一般項は

$$a_n = ar^{n-1}$$

である。第 2 項および第 5 項であるから

$$a_2 = ar \text{、} a_5 = ar^4$$

よって

$$ar = 8 \quad \cdots① \qquad ar^4 = 64 \quad \cdots②$$

①より$a \neq 0$、$r \neq 0$である。①②の両辺の比を考えることにより

$$\frac{ar^4}{ar} = \frac{64}{8}$$

$$r^3 = 8$$

$$r = 2$$

①に代入すると

$$2a = 8$$

$$a = 4$$

よって、この数列の一般項は

$$a_n = 4 \cdot 2^{n-1} = 2^2 \cdot 2^{n-1} = 2^{n+1}$$

ゆえに、この数列の第 11 項は

$$a_{11} = 2^{12} = 4096$$

インデックスに戻る