インデックスに戻る

１５． 数列

１５－１． 等差数列と等比数列

１５－１－３．等差数列の和

１５－１－３－１．等差数列の和の公式

初項a、公差d、第n項がlの等差数列について、初項から第n項までの和をS_nとすると

$$S_n = a + (a+d) + (a+2d) + \cdots + (l-d) + l \quad \cdots①$$

である。和の順序を変えると

$$S_n = l + (l-d) + (l-2d) + \cdots + (a+d) + a \quad \cdots②$$

①と②のそれぞれの辺を加えると

$$2S_n = (a+l) + (a+l) + \cdots + (a+l) + (a+l)$$

$$2S_n = n(a+l)$$

$$S_n = \frac{n(a+l)}{2} \quad \cdots③$$

また、lは第n項であるから

$$l = a + (n-1)d \quad \cdots④$$

③④より

$$S_n = \frac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$$

等差数列の和

$\{a_n\}$を初項a、公差dの等差数列とし、その第n項をlとする。$\{a_n\}$の初項から第n項までの和をS_nとすると、次のことが成り立つ。

$$S_n = \frac{n(a+l)}{2}$$

$$S_n = \frac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$$

有限数列で項数がnであるとき、第n項を末項という。上の公式のlは末項である。

（例）

初項が 1、末項が 2、項数が 100 の等差数列の和は

$$\frac{100(1+2)}{2}=150$$

（例）

初項 3、公差 2 の等差数列の初項から第 100 項までの和を S_n とすると

$$S_n=\frac{100\{2\times 3+(100-1)\times 2\}}{2}=\frac{100\times(6+198)}{2}=\frac{100\times 204}{2}=10200$$

（例）

等差数列

77、74、71、…、2

の和 S を求めよう。

この等差数列の公差は

$$74-77=-3$$

である。よって、この数列の一般項は

$$a_n=77-3(n-1)$$

$$a_n=-3n+80$$

$a_n=2$ とすると

$$2=-3n+80$$

$$3n=78$$

$$n=26$$

よって、この数列の項数は 26 である。よって

$$S=\frac{26(77+2)}{2}=\frac{26\times 79}{2}=1027$$

インデックスに戻る