インデックスに戻る

７．式と証明
７－１．式と計算
７－１－２．分数式とその計算
７－１－２－２．四則演算

分数式の乗法と除法は次のようになる。

$$\frac{A}{B}\times\frac{C}{D}=\frac{AC}{BD}、\quad \frac{A}{B}\div\frac{C}{D}=\frac{A}{B}\times\frac{D}{C}=\frac{AD}{BC}$$

（例）

$$\frac{(x+1)(x+3)}{x(x+2)}\times\frac{x+2}{x+1}=\frac{(x+1)(x+3)(x+2)}{x(x+2)(x+1)}=\frac{x+3}{x}$$

$$\frac{(x+2)(x+3)}{x(x+1)}\div\frac{x}{x+1}=\frac{(x+2)(x+3)}{x(x+1)}\times\frac{x+1}{x}=\frac{(x+2)(x+3)}{x^2}$$

分数式の加法と減法は次のようになる。

$$\frac{B}{A}+\frac{C}{A}=\frac{B+C}{A}、\quad \frac{B}{A}-\frac{C}{A}=\frac{B-C}{A}$$

（例）

$$\frac{x}{x+1}+\frac{2}{x+1}=\frac{x+2}{x+1}$$

$$\frac{x^2}{x+1}-\frac{1}{x+1}=\frac{x^2-1}{x+1}=\frac{(x-1)(x+1)}{x+1}=x-1$$

分母が異なる分数式の加法・減法の計算では、分母と分子に適当な多項式をかけることにより、分母を揃えてから計算する。これを通分という。

（例）

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{x(x+1)}+\frac{1}{(x+1)(x+2)}\\
&=\frac{x+2}{x(x+1)(x+2)}+\frac{x}{x(x+1)(x+2)}\\
&=\frac{(x+2)+x}{x(x+1)(x+2)}\\
&=\frac{2x+2}{x(x+1)(x+2)}\\
&=\frac{2(x+1)}{x(x+1)(x+2)}\\
&=\frac{2}{x(x+2)}
\end{aligned}
$$

（注）

上の例のように、分数式の計算結果は既約分数式（分母が定数のときは多項式）で答えるのが普通である。

分母・分子に分数式があるような分数で表される式の計算も、分数式の除法で説明することができる。

（例）

$$\frac{1-\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{1}{x}}=\frac{\dfrac{x}{x}-\dfrac{1}{x}}{\dfrac{x}{x}+\dfrac{1}{x}}=\frac{\dfrac{x-1}{x}}{\dfrac{x+1}{x}}=\frac{x-1}{x}\times\frac{x}{x+1}=\frac{x-1}{x+1}$$

おなじ計算を次のように行うこともできる。

$$\frac{1-\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{1}{x}}=\frac{\left(1-\dfrac{1}{x}\right)x}{\left(1+\dfrac{1}{x}\right)x}=\frac{x-1}{x+1}$$

（例）

$$\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{x}}}$$

$$=\frac{1}{1+\frac{1}{\frac{x}{x}+\frac{1}{x}}}$$

$$=\frac{1}{1+\frac{1}{\frac{x+1}{x}}}$$

$$=\frac{1}{1+\frac{x}{x+1}}$$

$$=\frac{1}{\frac{x+1}{x+1}+\frac{x}{x+1}}$$

$$=\frac{1}{\frac{2x+1}{x+1}}$$

$$=\frac{x+1}{2x+1}$$

分数式どうしの四則演算の結果は、分数式または多項式になる。分数式と多項式をあわせて有理式ということがある。

インデックスに戻る