インデックスに戻る

７．式と証明
７－１．式と計算
７－１－１．多項式の割り算
７－１－１－１．多項式の割り算の定義と計算

自然数を自然数で割る割り算は次のようであった。

（例）

17 を 5 で割ると商が 3 で余りは 2 である。

この関係を等式で表すと次のようになる。

（例）

$$17 = 5 \times 3 + 2$$

商や余りは 0 になる場合もある。

（例）

$$15 = 5 \times 3$$

であるから、15 を 5 で割ると商は 3 で余りは 0 である。

（例）

$$3 = 5 \times 0 + 3$$

であるから、3 を 5 で割ると商は 0 で余りは 3 である。

自然数の割り算についてまとめると次のようになる。

> 自然数 A 、B について、次の関係式を満たす 0 以上の整数 Q 、R が一通りに定まる。
>
> $A = BQ + R$　かつ　$0 \leq R < B$
>
> このとき、Q 、R を、それぞれ、A を B で割ったときの商、余りという。

A 、B を（負の整数も含めて、ただし $B \neq 0$ ）整数としても、同じように定義することができる（$B > 0$ とすることが多い）。このときは Q が負になる場合がある。

（例）

$$-12 = 5 \times (-3) + 3$$

であるから、-12 を 5 で割ると商は -3 で余りは 3 である。

多項式についても、同じように割り算を定義する。ただし、余りについての条件は次数を考えて、次のように定義する。

> 多項式 A、B（$B \neq 0$）について、次の関係式を満たす多項式 Q、R が一通りに定まる。
> $A = BQ + R$　かつ　［R は定数　または　$0 <$（R の次数）＜（B の次数)］
> このとき、Q、R をそれぞれ、A を B で割ったときの商、余りという。

（例）

$$x^2 + 3x + 4 = (x+1)(x+2) + 2$$

であるから、$x^2 + 3x + 4$ を $x+1$ で割ったときの商は $x+2$、余りは 2 である。

（注）

定数のみからなる多項式については、次数を 0 ということがある。また、その場合、0 のみからなる多項式の次数は考えない。したがって、上の定義の後半の条件

［R は定数　または　$0 <$（R の次数）＜（B の次数)］

は

［R は 0　または　$0 \leqq$（R の次数）＜（B の次数)］

と同じことである。

多項式の割り算において、商と余りを求めるには、次のようにするとよい。

ある次数の項がない場合はあける

同類項が縦に並ぶ

$$
\begin{array}{rrrrrrrr}
 & & & & 2x & +1 & & \\ \cline{5-8}
2x^2 & -x & -3 &) & 4x^3 & & -2x & -5 \\
 & & & & 4x^3 & -2x^2 & -6x & \\ \cline{5-7}
 & & & & & 2x^2 & +4x & -5 \\
 & & & & & 2x^2 & -x & -3 \\ \cline{6-8}
 & & & & & & 5x & -2
\end{array}
$$

インデックスに戻る