インデックスに戻る

# １０．三角関数

## １０－１．定義と基本性質

### １０－１－３．三角関数の基本性質

#### １０－１－３－２．三角関数と等式

（例）

等式$1+\frac{1}{\tan^2\theta}=\frac{1}{\sin^2\theta}$を証明する。

（左辺）

$$=1+\frac{1}{\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)^2}$$

$$=1+\frac{1}{\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}}$$

$$=1+\frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}$$

$$=\frac{\sin^2\theta}{\sin^2\theta}+\frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}$$

$$=\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\sin^2\theta}$$

$$=\frac{1}{\sin^2\theta}$$

＝（右辺）

（例）

$\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ のときの、次の式の値を求める。

（１）　$\sin\theta\cos\theta$

（２）　$\sin^3\theta+\cos^3\theta$

（３）　$\tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}$

（１）

$\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ の両辺を 2 乗すると

$$\left(\sin\theta+\cos\theta\right)^2=\frac{1}{2}$$

$$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{1}{2}$$

$$\left(\sin^2\theta+\cos^2\theta\right)+2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{2}$$

$$1+2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{2}$$

$$2\sin\theta\cos\theta=-\frac{1}{2}$$

$$\sin\theta\cos\theta=-\frac{1}{4}$$

（２）

$$\begin{aligned}
&\sin^3\theta+\cos^3\theta\\
&=\left(\sin\theta+\cos\theta\right)\left(\sin^2\theta-\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta\right)\\
&=\left(\sin\theta+\cos\theta\right)\left(1-\sin\theta\cos\theta\right)\\
&=\frac{1}{\sqrt{2}}\left\{1-\left(-\frac{1}{4}\right)\right\}\\
&=\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{5}{4}\\
&=\frac{5}{4\sqrt{2}}\\
&=\frac{5\sqrt{2}}{8}
\end{aligned}$$

（３）

$$
\begin{aligned}
&\tan\theta+\frac{1}{\tan\theta}\\
&=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\\
&=\frac{\sin^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}+\frac{\cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}\\
&=\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}\\
&=\frac{1}{\sin\theta\cos\theta}\\
&=\frac{1}{-\frac{1}{4}}\\
&=-4
\end{aligned}
$$

インデックスに戻る