

[インデックスに戻る](#)

5. 論理と集合

5-2. 命題と証明

5-2-1. 間接的な証明法

5-2-1-1. 対偶を利用する証明

命題 $p \Rightarrow q$ とその対偶 $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ の真偽は一致するので、命題 $p \Rightarrow q$ を証明するかわりに、対偶 $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ を証明してもよい。

(例題)

実数 x 、 y について

$x + y > 0$ ならば $x > 0$ または $y > 0$

を証明せよ。

(解答)

この命題の対偶は

$x \leq 0$ かつ $y \leq 0$ ならば $x + y \leq 0$

である。これを示す。 $x \leq 0$ かつ $y \leq 0$ とする。

$x \leq 0$

の両辺に y を加えて

$x + y \leq y$

これと $y \leq 0$ より

$x + y \leq y \leq 0$

よって

$x + y \leq 0$

ゆえに、対偶が真であることが示された。したがって、もとの命題も真である。

[インデックスに戻る](#)