インデックスに戻る

５．論理と集合
５－１．命題・条件・集合
５－１－２．条件と集合
５－１－２－５．条件と集合

全体集合をUとし、条件p、qを考えるとき、条件pが成り立つもの全体の集合をP、条件qが成り立つもの全体の集合をQとするとき、次のことがいえる。

条件「pかつq」を満たすもの全体の集合は$P \cap Q$である。

条件「pまたはq」を満たすもの全体の集合は$P \cup Q$である。

条件$\overline{p}$（pの否定、「pでない」）を満たすもの全体の集合は$\overline{P}$である。

2つの集合について、

$$\overline{P \cap Q} = \overline{P} \cup \overline{Q}、\overline{P \cup Q} = \overline{P} \cap \overline{Q}$$（集合のド・モルガンの法則）

が成り立つから、条件p、qに対して、次のことが成り立つ。

条件「…かつ…」、「…または…」の否定

$\overline{p\text{かつ}q} \Leftrightarrow \overline{p}\text{または}\overline{q}$

$\overline{p\text{または}q} \Leftrightarrow \overline{p}\text{かつ}\overline{q}$

（例）

1 から 10 までの自然数を全体集合 U として、条件 p 、 q を

p ： x は偶数である

q ： x は 5 以下である

とする。条件 p を満たすもの全体の集合を P 、条件 q を満たすもの全体の集合を Q とすると

$U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$、$P=\{2,4,6,8,10\}$、$Q=\{1,2,3,4,5\}$

$\overline{P}=\{1,3,5,7,9\}$、$\overline{Q}=\{6,7,8,9,10\}$、$P\cap Q=\{2,4\}$、$P\cup Q=\{1,2,3,4,5,6,8,10\}$

$\overline{P}\cap\overline{Q}=\{7,9\}$、$\overline{P}\cup\overline{Q}=\{1,3,5,6,7,8,9,10\}$

であるから、

$$\overline{P\cap Q}=\overline{P}\cup\overline{Q}\text{、}\overline{P\cup Q}=\overline{P}\cap\overline{Q}$$

が成り立っている。条件について

$\overline{p\,\text{かつ}\,q}$ ：「偶数であり、かつ、5 以下である」でない

$\overline{p}\,\text{または}\,\overline{q}$ ：「奇数であるか、または、5 より大きい」

であるから

$$\overline{p\,\text{かつ}\,q} \quad \Leftrightarrow \quad \overline{p}\,\text{または}\,\overline{q}$$

が成り立つし、

$\overline{p\,\text{または}\,q}$ ：「偶数であるか、または、5 以下である」でない

$\overline{p}\,\text{かつ}\,\overline{q}$ ：「奇数であり、かつ、5 より大きい」

であるから

$$\overline{p\,\text{または}\,q} \quad \Leftrightarrow \quad \overline{p}\,\text{かつ}\,\overline{q}$$

が成り立っている。

インデックスに戻る