インデックスに戻る

２．２次関数

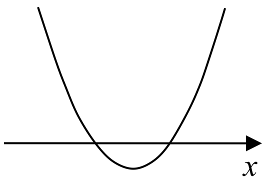
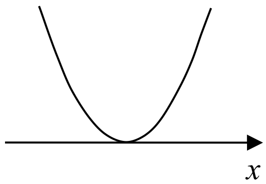
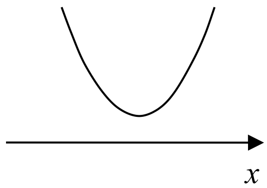
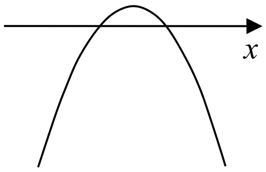
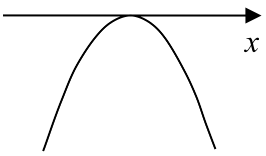
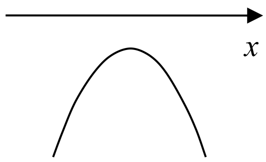
２－３．２次不等式

２－３－１．グラフと横軸の位置関係

２－３－１－２．共有点の個数

二次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフと x 軸との共有点の個数は、二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解の個数と一致し、二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解の個数は、判別式 $D = b^2 - 4ac$ の符号で分類できる。二次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフと x 軸との位置関係を $D = b^2 - 4ac$ の符号で分類すると、次のようになる。

（表）二次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフと x 軸との位置関係

$b^2 - 4ac$ の符号	$b^2 - 4ac > 0$	$b^2 - 4ac = 0$	$b^2 - 4ac < 0$
x 軸との位置関係	異なる 2 点で交わる	接する	共有点をもたない
$a > 0$ のときのグラフ			
$a < 0$ のときのグラフ			
$ax^2 + bx + c = 0$ の実数解	$\dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$-\dfrac{b}{2a}$	ない

（例題１）

二次関数 $y = x^2 + 2x + m$ のグラフが x 軸に接するときの定数 m の値を求めよ。

（解答）

この二次関数のグラフが x 軸に接するための条件は、次の等式が成り立つことである。

$$2^2 - 4 \cdot 1 \cdot m = 0$$

この方程式を解いて

$$4 - 4m = 0$$

$$-4m = -4$$

$$m = 1$$

（例題２）

二次関数 $y = -x^2 + 4x + m$ のグラフが x 軸と共有点を持つとき、定数 m の値の範囲を求めよ。

（解答）

この二次関数のグラフが x 軸と共有点を持つ（異なる 2 点で交わる、または、接する）ための条件は、次の不等式が成り立つことである。

$$4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot m \geq 0$$

この不等式を解いて、

$$16 + 4m \geq 0$$

$$4m \geq -16$$

$$m \geq -4$$

インデックスに戻る