インデックスに戻る

２．２次関数

２－１．２次関数とグラフ

２－１－２．２次関数のグラフ

２－１－２－５．一般形の２次関数

（例１）　$y=2x^2-8x+1$ のグラフ

$$
\begin{aligned}
&2x^2-8x+1\\
&=2\left(x^2-4x\right)+1\\
&=2\left\{(x-2)^2-4\right\}+1\\
&=2(x-2)^2-8+1\\
&=2(x-2)^2-7
\end{aligned}
$$

であるから、二次関数 $y=2x^2-8x+1$ のグラフは二次関数 $y=2x^2$ のグラフを x 軸方向に 2 、y 軸方向に -7 だけ平行移動したものである。したがって、二次関数 $y=2x^2-8x+1$ のグラフは、頂点が $(2,-7)$ 、軸が $x=2$ の放物線である。

（例２）　$y=-3x^2+5x+1$ のグラフ

$$
\begin{aligned}
&-3x^2+5x+1\\
&=-3\left(x^2-\frac{5}{3}x\right)+1\\
&=-3\left\{\left(x-\frac{5}{6}\right)^2-\left(\frac{5}{6}\right)^2\right\}+1\\
&=-3\left(x-\frac{5}{6}\right)^2+3\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^2+1\\
&=-3\left(x-\frac{5}{6}\right)^2+\frac{25}{12}+1\\
&=-3\left(x-\frac{5}{6}\right)^2+\frac{37}{12}
\end{aligned}
$$

であるから、二次関数 $y=-3x^2+5x+1$ のグラフは $y=-3x^2$ のグラフを x 軸方向に $\frac{5}{6}$ 、y 軸方向に $\frac{37}{12}$ だけ平行移動したものである。

（例１）（例２）の

$$2x^2-8x+1=2(x-2)^2-7\text{、}-3x^2+5x+1=-3\left(x-\frac{5}{6}\right)^2+\frac{37}{12}$$

のように二次式 ax^2+bx+c を $a(x+p)^2+q$ の形に変形することを、二次式の平方完成という。二次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフは、この式の右辺を平方完成することにより、二次関数 $y=ax^2$ のグラフを平行移動したものであることがわかり、平行移動の量もこの式変形から読み取ることができる。

（注）

二次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフのことを、放物線 $y=ax^2+bx+c$ ということがある。

（参考）

二次関数 $y=ax^2+bx+c$ の左辺を平方完成すると、次のようになる。

$$\begin{aligned}
&ax^2+bx+c\\
&=a\left(x^2+\frac{b}{a}x\right)+c\\
&=a\left\{\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{b}{2a}\right)^2\right\}+c\\
&=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-a\left(\frac{b}{2a}\right)^2+c\\
&=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a}+c\\
&=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}
\end{aligned}$$

したがって、二次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフは、二次関数 $y=ax^2$ のグラフを x 軸方向に $-\dfrac{b}{2a}$、y 軸方向 $-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$ だけ平行移動したものである。

インデックスに戻る