インデックスに戻る

１４．　空間ベクトル

１４－２．空間ベクトルと座標空間の利用

１４－２－２．　座標空間の図形

１４－２－２－３．球面の方程式

点Cを定点とし、rを正の定数とする。Cとの距離がrである点全体を、Cを中心とする半径rの球面、または球という。

点$\mathrm{C}(a,b,c)$、$\mathrm{P}(x,y,z)$とする。条件$\mathrm{CP}=r$をx、y、zで表すと

$$\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2}=r$$

$$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=r^2$$

これを(a,b,c)を中心する半径rの球面の方程式という。

球面の方程式

点(a,b,c)を中心とする半径rの球面の方程式は

$$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=r^2$$

である。とくに、原点を中心とする半径rの球面の方程式は

$$x^2+y^2+z^2=r^2$$

である。

（例）

$O(0,0,0)$、$A(1,1,1)$とする。点Aを中心とし、半径2の球面の方程式は

$$(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=2^2$$

$$(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$$

線分OAの長さは

$$OA=\sqrt{1^2+1^2+1^2}=\sqrt{3}$$

であるから、原点Oを中心とし、点Aを通る球面の方程式は

$$x^2+y^2+z^2=\left(\sqrt{3}\right)^2$$

$$x^2+y^2+z^2=3$$

（例）

$O(0,0,0)$、$A(4,2,4)$とする。線分OAを直径とする球面の方程式を求めよう。

この球面の中心は線分OAの中点である。

$$\frac{0+4}{2}=2、\frac{0+2}{2}=1、\frac{0+4}{2}=2$$

より、その座標は

$$(2,1,2)$$

である。この球面の半径は、線分OAの長さの半分である。

$$OA=\sqrt{4^2+2^2+4^2}=\sqrt{16+4+16}=\sqrt{36}=6$$

であるから、半径は3である。よって、この球面の方程式は

$$(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=3^2$$

$$(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=9$$

インデックスに戻る