インデックスに戻る

１４．　空間ベクトル
１４－１．　座標空間と空間ベクトル
１４－１－２．空間ベクトル
１４－１－２－２．ベクトルの分解

平行な 2 平面 3 組で囲まれた立体を平行六面体という。平行六面体の各面は平行四辺形である。

（例）

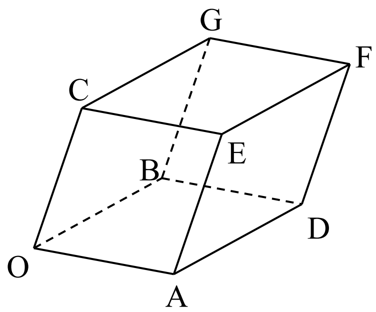
平行六面体$\mathrm{OADB-CEFG}$において

$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$、$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$、$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$

とすると、

$$\begin{aligned}&\overrightarrow{\mathrm{OF}}\\=&\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{AD}}+\overrightarrow{\mathrm{DF}}\\=&\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\end{aligned}$$

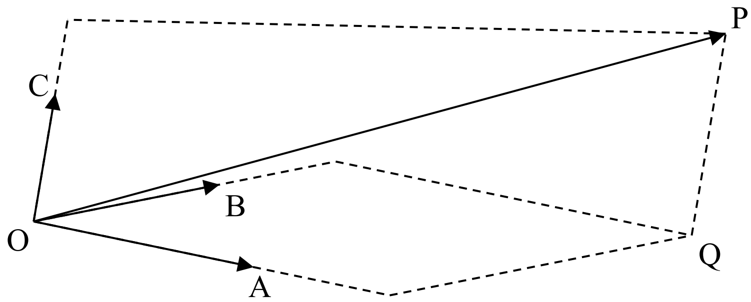
$$\begin{aligned}&\overrightarrow{\mathrm{AG}}\\=&\overrightarrow{\mathrm{AO}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{BG}}\\=&-\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\end{aligned}$$



一般に、4 点O、A 、B 、C が同一平面上にないとき、$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$ 、$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ 、$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とすると、空間内の任意のベクトル $\vec{p}$ は

$$\vec{p}=k\vec{a}+l\vec{b}+m\vec{c}$$ （k 、l 、m は実数）

の形に表すことができる。また、その表し方は 1 通りである。



（証明）

$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\vec{p}$ を満たすように、点 P をとる。点 P を通り直線 OC に平行な直線と、3 点 O、A 、B の決定する平面との交点を Q とする。

$\overrightarrow{\mathrm{QP}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ は平行であるから、$\overrightarrow{\mathrm{QP}}=m\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ と表すことができる。この m は 1 つに定まる。

Q は O、A 、B の定める平面上にあるから、$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=k\overrightarrow{\mathrm{OA}}+l\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ と表すことができる。この k 、l の組は 1 通りに定まる。

以上より

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\overrightarrow{\mathrm{OQ}}+\overrightarrow{\mathrm{QP}}=k\overrightarrow{\mathrm{OA}}+l\overrightarrow{\mathrm{OB}}+m\overrightarrow{\mathrm{OC}}$$

と表すことができて、これを満たす k 、l 、m の組は一通りに定まる。

インデックスに戻る