インデックスに戻る

１．方程式と不等式
１－３．方程式と不等式
１－３－２．２次方程式
１－３－２－４．２次方程式の解の個数・有無

解の公式の証明の過程でわかるように、２次方程式$ax^2+bx+c=0$は、b^2-4acの符号によって、実数の解の個数が変わる。$b^2-4ac=0$のときは解が１個であるが、これを２つの解が重なったものとみなし、この解を重解という。b^2-4acを２次方程式$ax^2+bx+c=0$の判別式ということがある。

まとめると、次のようになる。

２次方程式$ax^2+bx+c=0$の実数の解とb^2-4acの符号

$b^2-4ac>0$のとき

異なる２つの解をもつ。

解は$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$b^2-4ac=0$のとき

重解を持つ。

解は$x=-\dfrac{b}{2a}$

$b^2-4ac<0$のとき

解はない。

例

方程式$2x^2+5x-1=0$は、$5^2-4\cdot2\cdot(-1)=25+8=33>0$であるから、異なる２つの（実数の）解を持つ。

方程式$x^2+2\sqrt{2}x+2=0$は、$\left(2\sqrt{2}\right)^2-4\cdot1\cdot2=8-8=0$であるから、重解を持つ。

方程式$x^2+2x+4=0$は、$2^2-4\cdot1\cdot4=4-16=-12<0$であるから、解はない。

例題

k を実数の定数とする。x の二次方程式 $x^2+2x+k=0$ が異なる２つの（実数の）解を持つような、k の値の範囲を求めよ。

（解答）

２次方程式 $x^2+2x+k=0$ が異なる２つの解をもつ条件は

$2^2-4\cdot 1\cdot k>0$

$4-4k>0$

$-4k>-4$

$k<1$

$\underline{\quad k<1 \quad}$

インデックスに戻る