インデックスに戻る

１．方程式と不等式
１－２．実数
１－２－２．根号を含む式の計算
１－２－２－２．根号を含む式の計算

２つの平方根の積$\sqrt{2}\sqrt{3}$を２乗すると

$$\left(\sqrt{2}\sqrt{3}\right)^2=\left(\sqrt{2}\right)^2\left(\sqrt{3}\right)^2=2\cdot 3=6$$

であるから、$\sqrt{2}\sqrt{3}$は６の平方根のひとつである。一般に次のことが成り立つ。

a、bが正の数のとき

1　$\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$

2　$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$

（その１）$\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$

［証明］

$x=\sqrt{a}\sqrt{b}$とする。$\sqrt{a}>0$、$\sqrt{b}>0$より

$x>0$　…①

指数法則により

$$x^2=\left(\sqrt{a}\sqrt{b}\right)^2=\left(\sqrt{a}\right)^2\left(\sqrt{b}\right)^2=a\cdot b=ab \quad \cdots②$$

①よりxは正、②よりxはabの平方根、すなわちxはabの正の平方根であるから、

$x=\sqrt{ab}$

［証明おわり］

（その２）　$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$

［証明］

$x=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ とする。$\sqrt{a}>0$、$\sqrt{b}>0$ より

$x>0$　…①

指数法則により

$$x^2=\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2=\frac{\left(\sqrt{a}\right)^2}{\left(\sqrt{b}\right)^2}=\frac{a}{b}\quad\cdots②$$

①より x は正、②より x は $\dfrac{a}{b}$ の平方根、すなわち x は $\dfrac{a}{b}$ の正の平方根であるから、

$$x=\sqrt{\frac{a}{b}}$$

［証明おわり］

例

$$\sqrt{7}\sqrt{2}=\sqrt{14}、\ \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{6}{2}}=\sqrt{3}$$

次の公式は根号含む計算を行う上で重要である。

k、a が正の実数のとき

$$\sqrt{k^2a}=k\sqrt{a}$$

［証明］

$$\sqrt{k^2a}=\sqrt{k^2}\sqrt{a}=k\sqrt{a}$$

［証明おわり］

例

$\sqrt{12}=\sqrt{2^2\cdot 3}=2\sqrt{3}$、$\sqrt{18}=\sqrt{3^2\cdot 2}=3\sqrt{2}$

根号を含む式の計算では、展開の公式を用いるとうまく計算できる場合がある。

例

$$\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)=\left(\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2=2-3=-1$$

$$\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}+3\right)=\left(\sqrt{2}\right)^2+(3+1)\sqrt{2}+3\cdot 1=5+4\sqrt{2}$$

インデックスに戻る