インデックスに戻る

６．平面図形

６－２．円の性質

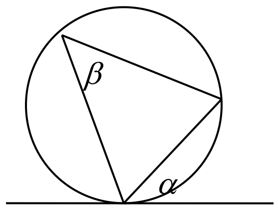
６－２－２．円と直線

６－２－２－２．接弦定理

接線と弦の作る角について、次のことが成り立つ。

接弦定理

円の弦と、その端点における接線とのつくる角は、その角の内部にある弧に対する円周角に等しい。



$\alpha = \beta$

［証明］

円 O 上の点 A における接線を l とし、l 上に点 A と異なる点 X をとる。$\angle XAB = \alpha$ とする。A を一方の端点とする円 O の直径のもう一方の端点を C とする。直線 AB に関して X と反対側にあり、円 O の周上にある点を P とする。

（ｉ）　$\alpha < 90°$ の場合

接線の性質より $CA \perp AX$ であるから

$\angle CAB = 90° - \alpha$　…①

AC が円 O の直径であるから

$\angle ABC = 90°$　…②

三角形 ABC の内角の和を考えて、②より

$\angle ACB = 90° - \angle CAB$　…③

①③より

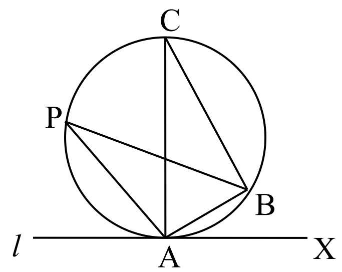
$\angle ACB = 90° - (90° - \alpha) = \alpha$　…④

円周角の定理より

$\angle APB = \angle ACB$　…⑤

④⑤より

$\angle APB = \alpha$



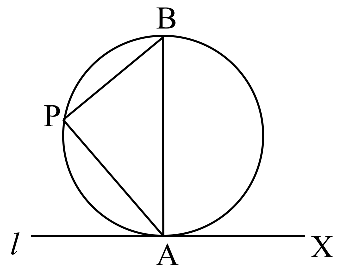
（ⅱ）　$\alpha = 90°$ の場合

$\angle CAB = 90°$ であるから、AB は直径である。円周角の定理より

$\angle APB = 90°$

よって、

$\angle APB = \alpha$



（ⅲ）　$\alpha > 90°$ の場合

接線の性質より $CA \perp AX$ であるから

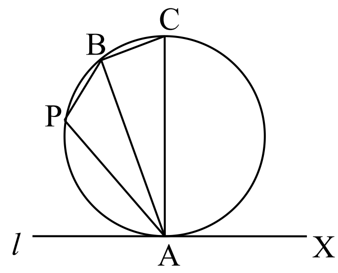
$\angle CAB = \alpha - 90°$　…⑥

AC が円 O の直径であるから

$\angle ABC = 90°$　…⑦

三角形 ABC の内角の和を考えて、⑦より

$\angle ACB = 90° - \angle CAB$　…⑧



⑥⑧より

$\angle ACB = 90° - (\alpha - 90°) = 180° - \alpha$　…⑨

円に内接する四角形の性質より、

$\angle APB = 180° - \angle ACB$　…⑩

⑨⑩より

$\angle APB = 180° - (180° - \alpha) = \alpha$

（ⅰ）（ⅱ）（ⅲ）いずれの場合も

$\angle APB = \angle XAB$

が成り立つことが示された。

インデックスに戻る