インデックスに戻る

６．平面図形
６－２．円の性質
６－２－１．円周角
６－２－１－４．円に内接する四角形

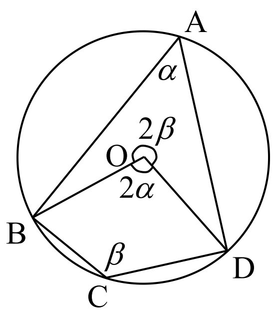
多角形のすべての頂点が１つの円の周上にあるとき、その多角形は円に内接するという。また、この円をその多角形の外接円という。

円に内接する四角形には、次の性質がある。

円に内接する四角形の性質

四角形が円に内接するとき、次のことが成り立つ。
（１）　対角の和は$180°$である。
（２）　外角は、それと隣り合う内角の対角に等しい。

［証明］
（１）が成り立てば、（２）は成り立つから、（１）を証明する。



円Oに内接する四角形ABCDにおいて、

$\angle BAD=\alpha$、$\angle BCD=\beta$

とする。円周角の定理より、弧BCDに対する中心角は2α、弧BADに対する中心角は2βである。

$2\alpha+2\beta=360°$

であるから、

$\alpha+\beta=180°$

この定理の逆も成り立つ。

四角形が円に内接するための条件

次の（１）または（２）が成り立つとき、その四角形は円に内接する。
（１）　1組の対角の和は$180°$である。
（２）　1つの外角は、それと隣り合う内角の対角に等しい。

［証明］

（２）が成り立つ四角形では（１）が成り立つので、（１）を証明すればよい。

四角形ABCDにおいて、

$\angle ABC + \angle ADC = 180°$　…①

が成り立っているとする。三角形ABCの外接円を円Oとし、円Oの弧でBを含まない方の弧AC上に点Pをとる。円に内接する四角形の性質より、

$\angle ABC + \angle APC = 180°$　…②

①②より

$\angle ADC = \angle APC$　…③

2点、D、Pは直線ACに関して同じ側にあるから、円周角の定理の逆より、A、C、D、Pは同一円周上にある。3点A、C、Dを通る円は1つしかないから、その円は円Oであり、Bもその周上にある。

したがって、4点A、B、C、Dは円に内接する。

インデックスに戻る