

[インデックスに戻る](#)

6. 平面図形

6-1. 三角形の性質

6-1-1. 三角形の辺と角

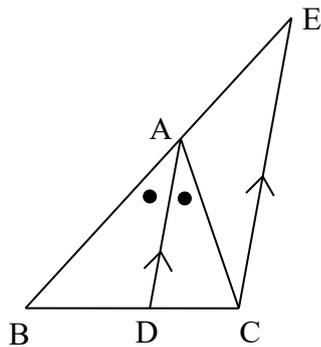
6-1-1-3. 三角形の角の二等分線と線分の比

m 、 n を正の数とする。線分 AB 上の点 P が $AP:PB = m:n$ を満たすとき、点 P は線分 AB を $m:n$ に内分するという。また、線分 AB の延長上の点 Q が $AQ:QB = m:n$ を満たすとき、点 Q は線分 AB を $m:n$ に外分するという。

三角形 ABC の角の二等分線に関して、次の定理が成り立つ。

三角形 ABC の $\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点は、辺 BC を $AB:AC$ に内分する。

[証明]



$\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を D とする。点 C を通り直線 AD に平行な直線と直線 AB との交点を E とする。

$AD \parallel EC$ より

$$\angle BAD = \angle AEC \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\angle CAD = \angle ACE \quad \dots \textcircled{2}$$

AD は $\angle BAC$ の二等分線であるから

$$\angle BAD = \angle CAD \quad \dots \textcircled{3}$$

①②③より

$$\angle AEC = \angle ACE \quad \dots \textcircled{4}$$

④より、三角形 ACE は二等辺三角形であり、

$$AC = AE \quad \dots \textcircled{5}$$

$AD \parallel CE$ より

$$BD:DC = BA:AE \quad \dots \textcircled{6}$$

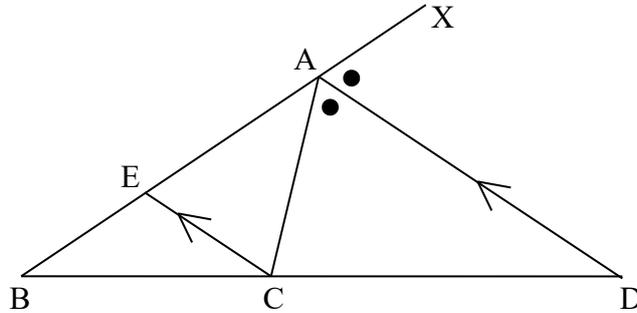
⑤⑥より

$$BD:DC = AB:AC$$

三角形の外角の二等分線に関して、次の定理が成り立つ。

$AB \neq AC$ を満たす三角形 ABC において、 $\angle A$ の外角の二等分線と辺 BC の延長との交点は、辺 BC を $AB:AC$ に外分する。

[証明]



$AB > AC$ の場合について、証明する。 $AB < AC$ の場合についても、同様である。
 $\angle A$ の外角の二等分線と、辺 BC の延長との交点を D とする。点 C を通り直線 AD に平行な直線と辺 AB との交点を E とする。また、辺 AB の A の側への延長上に点 X をとる。

$AD \parallel EC$ より

$$\angle DAX = \angle AEC \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\angle DAC = \angle ACE \quad \dots \textcircled{2}$$

AD は $\angle A$ の外角 $\angle XAC$ を二等分するから、

$$\angle DAX = \angle DAC \quad \dots \textcircled{3}$$

①②③より

$$\angle AEC = \angle ACE \quad \dots \textcircled{4}$$

④より三角形 ACE は二等辺三角形であり、

$$AC = AE \quad \dots \textcircled{5}$$

$AD \parallel EC$ より

$$AB:AE = BD:DC \quad \dots \textcircled{6}$$

⑤⑥より

$$AB:AC = BD:DC$$

(注)

$AB = AC$ の場合、 $\angle A$ の外角の二等分線と直線 BC とは平行である。

[インデックスに戻る](#)