インデックスに戻る

１３．　平面ベクトル
１３－２．　ベクトルと平面図形
１３－２－２．直線のベクトル方程式
１３－２－２－３．法線ベクトルによる表示

$\vec{0}$ でないベクトル $\vec{n}$ に垂直で点 $\mathrm{A}(\vec{a})$ を通る直線を g とする。g 上の点 $\mathrm{P}(\vec{p})$ に対して、

$\mathrm{A}=\mathrm{P}$ の場合、$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\vec{0}$ だから $\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\vec{n}=\vec{0}$

$\mathrm{A}\neq\mathrm{P}$ の場合、$\overrightarrow{\mathrm{AP}}\perp\vec{n}$ だから $\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\vec{n}=\vec{0}$

どちらの場合も

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\vec{n}=\vec{0}$$

よって

$$\left(\vec{p}-\vec{a}\right)\cdot\vec{n}=0$$

が成り立つ。これは、直線 g のベクトル方程式である。この直線 g と垂直な $\vec{n}$ を、直線 g の法線ベクトルという。

O を原点とする座標平面上で、$\mathrm{P}(x,y)$、$\mathrm{A}(x_1,y_1)$、$\vec{n}=(a,b)$ とすると、

$$\{(x,y)-(x_1,y_1)\}\cdot(a,b)=0$$
$$(x-x_1,y-y_1)\cdot(a,b)=0$$
$$a(x-x_1)+b(y-y_1)=0$$

さらに、これを展開すると

$$ax+by+(-ax_1-by_1)=0$$

$-ax_2-by_1$ は定数であるから、これを c とすると

$$ax+by+c=0$$

（例）

点 A$\left(\vec{a}\right)$の座標を$(1,2)$、$\vec{n}=(3,-2)$とする。点 A を通り、$\vec{n}$を法線ベクトルとする直線gの

ベクトル方程式は、直線上の点を P$\left(\vec{p}\right)$とすると

$$\left(\vec{p}-\vec{a}\right)\cdot\vec{n}=0$$

P(x,y)として、成分の計算を行うと

$$(x-1,y-2)\cdot(3,-2)=0$$
$$3(x-1)-2(y-2)=0$$
$$3x-2y+1=0$$

インデックスに戻る