インデックスに戻る

１３． 平面ベクトル
１３－２． ベクトルと平面図形
１３－２－２．直線のベクトル方程式
１３－２－２－２．２点を通る直線

異なる 2 点 $\mathrm{A}\left(\vec{a}\right)$、$\mathrm{B}\left(\vec{b}\right)$を通る直線のベクトル方程式を考える。

$$\vec{d} = \overrightarrow{\mathrm{AB}} = \vec{b} - \vec{a}$$

を方向ベクトルとし、A を通る直線のベクトル方程式を書くと

$$\vec{p} = \vec{a} + t\vec{d}$$

$$\vec{p} = \vec{a} + t\left(\vec{b} - \vec{a}\right)$$

$$\vec{p} = (1-t)\vec{a} + t\vec{b}$$

が得られる。$t = 0$ のとき $\mathrm{P} = \mathrm{A}$ であり、$t = 1$ のとき $\mathrm{P} = \mathrm{B}$ である、また、$0 < t < 1$ のとき、点 P は線分 AB を $t : (1-t)$ に内分する点である。$t > 1$ のときは、点 P は線分 AB を $t : (t-1)$ に外分する点である。$t < 0$ のときは、点 P は線分 AB を $(-t) : (1-t)$ に外分する点である。
さらに、$1 - t = s$ とすると

$$\vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b} \qquad (s + t = 1)$$

となる。ここで、とくに、$s \geq 0$、$t \geq 0$ とすると、このベクトル方程式は線分 AB を表す。

（例）

位置ベクトルの始点をOとし、2点$A(\vec{a})$、$B(\vec{b})$を考える。ただし、O、A、Bは同一直線上にないものとする。次の式を満たす点$P(\vec{p})$の存在範囲を求めよう。

$$\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}、s\geq 0、t\geq 0、2s+3t=6$$

$2s+3t=6$より

$$\frac{s}{3}+\frac{t}{2}=1$$

ここで、

$$s'=\frac{s}{3}、t'=\frac{t}{2}$$

とすると

$$s'+t'=1、s'\geq 0、t'\geq 0$$

であり

$$s=3s'、t=2t'$$

であるから

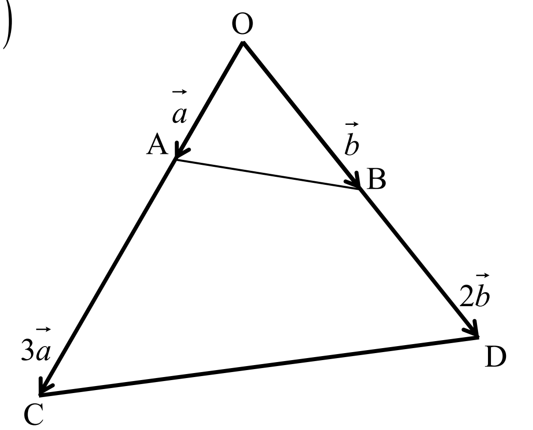
$$\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}=3s'\vec{a}+2t'\vec{b}=s'(3\vec{a})+t'(2\vec{b})$$

ここで、

$$\overrightarrow{OC}=3\overrightarrow{OA}=3\vec{a}、\overrightarrow{OD}=2\overrightarrow{OB}=2\vec{b}$$

を満たす2点$C(\vec{c})$、$D(\vec{d})$をとると

$$\vec{p}=s'\overrightarrow{OC}+t'\overrightarrow{OD}=s'\vec{c}+t'\vec{d}$$



以上より

$$\vec{p}=s'\vec{c}+t'\vec{d}、s'+t'=1、s'\geq 0、t'\geq 0$$

したがって、点Pの存在範囲は、線分CD（端点を含む）である。

インデックスに戻る