インデックスに戻る

１３．　平面ベクトル

１３－２．　ベクトルと平面図形

１３－２－２．直線のベクトル方程式

１３－２－２－１．方向ベクトルによる表示

ベクトル$\vec{d}$は、$\vec{0}$ではないとする。点$\mathrm{A}\left(\vec{a}\right)$を通り、$\vec{d}$に平行な直線を$g$とする。点Pが直線$g$上にあるならば、

$\mathrm{A}=\mathrm{P}$　のとき、$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\vec{0}=0\vec{d}$

$\mathrm{A}\neq\mathrm{P}$　のとき、$\overrightarrow{\mathrm{AP}}/\!/\vec{d}$ より $\overrightarrow{\mathrm{AP}}=t\vec{d}$　　（tは実数で$t\neq 0$）

であるから、

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=t\vec{d}$$

を満たす実数tが存在する。この関係式は位置ベクトルを用いると

$$\vec{p}-\vec{a}=t\vec{d}$$

$$\vec{p}=\vec{a}+t\vec{d}$$

逆に、この関係式を満たすtが存在すれば、点Pは直線g上の点である。

tが実数全体を動くとき、この関係式を満たす$\mathrm{P}\left(\vec{p}\right)$は直線$g$全体を動く。この関係式を直線$g$のベクトル方程式といい、実数$t$を媒介変数という。また、ベクトル$\vec{d}$を直線$g$の方向ベクトルという。

座標平面上で点 $\mathrm{A}(a_1, a_2)$ を通り $\vec{d} = (l, m)$ に平行な直線のベクトル方程式は、 $\mathrm{P}(x, y)$ として

$$(x, y) = (a_1, a_2) + t(l, m)$$

と表すことができる。成分の計算により

$$(x, y) = (a_1 + tl, a_2 + tm)$$

$$\begin{cases} x = a_1 + tl \\ y = a_2 + tm \end{cases}$$

ここから、t を消去すると

$$m(x - a_1) - l(y - a_2) = 0$$

これは点 $\mathrm{A}(a_1, a_2)$ を通り $\vec{d}$ に平行な直線の座標平面における方程式である。

（例）

点 $\mathrm{A}(1,2)$ を通り、$\vec{d} = (4,3)$ に平行な直線のベクトル方程式は、 $\mathrm{P}(x, y)$ として、

$$(x, y) = (1,2) + t(4,3)$$

である。成分の計算により

$$(x, y) = (1 + 4t, 2 + 3t)$$

$$\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$$

ここから、t を消去すると

$$3(x - 1) - 4(y - 2) = 0$$

$$3x - 4y + 5 = 0$$

インデックスに戻る