インデックスに戻る

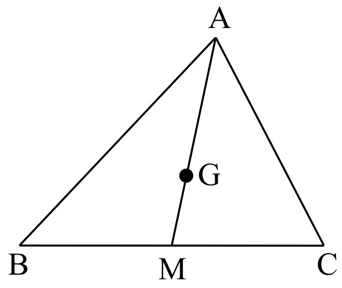
１３．　平面ベクトル

１３－２．　ベクトルと平面図形

１３－２－１．位置ベクトル

１３－２－１－３．重心の位置ベクトル

$\mathrm{A}(\vec{a})$、$\mathrm{B}(\vec{b})$、$\mathrm{C}(\vec{c})$を頂点とする三角形ABCの重心を$\mathrm{G}(\vec{g})$とする。$\vec{g}$を$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$で表すことを考えよう。



辺BCの中点を$\mathrm{M}(\vec{m})$とする。

$$\vec{m}=\frac{\vec{b}+\vec{c}}{2}$$

Gは線分AMを$2:1$に内分するから

$$\vec{g}=\frac{\vec{a}+2\vec{m}}{2+1}=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{m}$$

よって

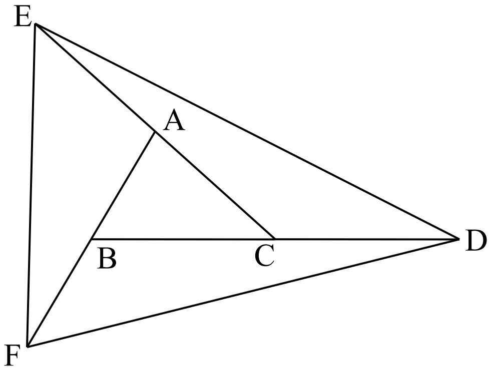
$$\vec{g}=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\left(\frac{\vec{b}+\vec{c}}{2}\right)=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{\vec{b}+\vec{c}}{3}=\frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$$

三角形の重心の位置ベクトル

$\mathrm{A}(\vec{a})$、$\mathrm{B}(\vec{b})$、$\mathrm{C}(\vec{c})$を頂点とする三角形ABCの重心$\mathrm{G}(\vec{g})$の位置ベクトル$\vec{g}$は

$$\vec{g}=\frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$$

（例）



$A(\vec{a})$、$B(\vec{b})$、$C(\vec{c})$を頂点とする3角形において、辺BCを$2:1$に外分する点を$D(\vec{d})$、辺CAを$2:1$に外分する点を$E(\vec{e})$、辺ABを$2:1$に外分する点を$F(\vec{f})$とする。三角形DEFの重心を$G(\vec{g})$とするとき、$\vec{g}$を$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$を用いて表そう。

内分点の位置ベクトルの公式により

$$\vec{d}=\frac{-\vec{b}+2\vec{c}}{2-1}=-\vec{b}+2\vec{c}$$

$$\vec{e}=\frac{-\vec{c}+2\vec{a}}{2-1}=-\vec{c}+2\vec{a}$$

$$\vec{f}=\frac{-\vec{a}+2\vec{b}}{2-1}=-\vec{a}+2\vec{b}$$

三角形の重心の位置ベクトルの公式により

$$\vec{g}=\frac{\vec{d}+\vec{e}+\vec{f}}{3}$$

よって

$$\vec{g}=\frac{\left(-\vec{b}+2\vec{c}\right)+\left(-\vec{c}+2\vec{a}\right)+\left(-\vec{a}+2\vec{b}\right)}{3}=\frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$$

インデックスに戻る