インデックスに戻る

１３．　平面ベクトル
１３－１．　ベクトルの定義と演算
１３－１－４．ベクトルの内積
１３－１－４－１．内積の定義

$\vec{0}$ でない 2 つのベクトル $\vec{a}$、$\vec{b}$ に対して、3 点 O、A、B を

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}、\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$$

を満たすようにとるとき、$\angle \mathrm{AOB}$ の大きさ θ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角という。さらに、$\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\cos\theta$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積といい、記号で $\vec{a}\cdot\vec{b}$ と表す。

内積の定義

$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を θ とするとき、

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = \left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\cos\theta$$

（注）

$\vec{a}$、$\vec{b}$ の少なくとも一方が $\vec{0}$ のとき、$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角は考えない。また、そのときの内積は

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = 0$$

とする。

（注）

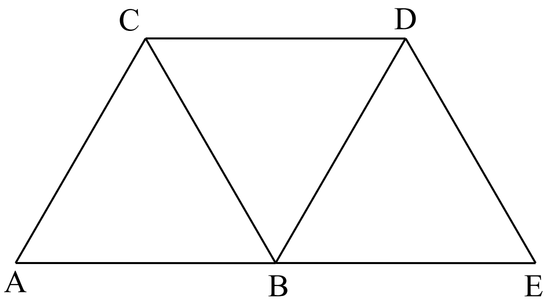
$\vec{a}$ と $\vec{b}$ が平行で同じ向きのときのなす角 θ は $\theta = 0°$ であり

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|$$

$\vec{a}$ と $\vec{b}$ が平行で逆向きのときのなす角 θ は $\theta = 180°$ であり

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|$$

（例）



上の図で、三角形ABC、三角形BCD、三角形BDEはすべて、一辺の長さが 2 の正三角形であるとする。このとき、

$$\overrightarrow{\mathrm{AE}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AC}} = 4 \times 2 \times \cos 60° = 4 \times 2 \times \frac{1}{2} = 4$$

$$\overrightarrow{\mathrm{BC}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BE}} = 2 \times 2 \times \cos 120° = 2 \times 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -2$$

$$\overrightarrow{\mathrm{DC}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{CA}} = \overrightarrow{\mathrm{DC}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{DB}} = 2 \times 2 \times \cos 60° = 2 \times 2 \times \frac{1}{2} = 2$$

インデックスに戻る