インデックスに戻る

８．複素数と方程式
８－２．高次方程式
８－２－２．高次方程式の解法と性質
８－２－２－３．高次方程式と虚数解

（例）

a、b を実数の定数とする。方程式

$x^3+ax+b=0$ …①

が、

$x=1+i$ …②

を解にもつとする。②を①に代入して

$(1+i)^3+a(1+i)+b=0$

$(1+3i+3i^2+i^3)+a(1+i)+b=0$

$(-2+2i)+a(1+i)+b=0$

$(-2+a+b)+(2+a)i=0$ …③

a、b は実数であるから、$-2+a+b$、$2+a$ も実数である。よって、③より

$-2+a+b=0$、$2+a=0$

よって

$a=-2$、$b=4$

である。このとき、①は

$x^3-2x+4=0$

であるが、これを解くと

$(x+2)(x^2-2x+2)=0$

$x=-2$、$x=1\pm i$

である。

上の例では、互いに共役な 2 つの複素数$1\pm i$ が解になっている。一般に実数係数の n 次方程式の解の 1 つが虚数 $a+bi$ であるならば、これと共役な虚数 $a-bi$ も解であることが知られている。

インデックスに戻る