インデックスに戻る

８．複素数と方程式

８－２．高次方程式

８－２－１．剰余の定理と因数定理

８－２－１－２．因数定理

剰余の定理により、

$P(x)$ が $x-k$ で割り切れる　$\Leftrightarrow$　$P(k)=0$

である。よって、$P(k)=0$ ならば、$P(x)$ が $x-k$ で割り切れる。このときの、商を $Q(x)$ とすれば

$$P(x)=(x-k)Q(x)$$

となるから、$P(x)$ は $x-k$ を因数にもつ。逆に、$P(x)$ が $x-k$ を因数にもつとき、$P(k)=0$ であることは明らかである。よって、次の因数定理が成り立つ。

因数定理

多項式 $P(x)$ が $x-k$ を因数にもつ　$\Leftrightarrow$　$P(k)=0$

（例）

$$P(x)=x^3-2x^2+4x-3$$

とすると

$$P(1)=1-2+4-3=0$$

であるから、$P(x)$ は $x-1$ を因数にもつ。実際

$$P(x)=(x-1)(x^2-x+3)$$

（例）

$$P(x) = x^3 - 3x + 2$$

とすると、

$$P(1) = 1^3 - 3 \cdot 1 + 2 = 0$$

であるから、$P(x)$は$x - 1$を因数にもつ。多項式の除法を実行することにより

$$P(x) = (x-1)(x^2 + x - 2)$$

さらに、

$$x^2 + x - 2 = (x-1)(x+2)$$

であるから

$$P(x) = (x-1)(x-1)(x+2) = (x-1)^2(x+2)$$

である。

インデックスに戻る