インデックスに戻る

８．複素数と方程式

８－２．高次方程式

８－２－１．剰余の定理と因数定理

８－２－１－１．剰余の定理

多項式$P(x)$を$x-k$で割ったときの商を$Q(x)$、余りをRとすると

$$P(x)=(x-k)Q(x)+R$$

が成り立つ。この式の両辺のxにkを代入すると

$$P(k)=(k-k)\cdot Q(k)+R$$

$$P(k)=0\cdot Q(k)+R$$

$$P(k)=R$$

となる。したがって、次の剰余の定理が成り立つ。

剰余の定理

$P(x)$を$x-k$で割ったときの余りは$P(k)$である。

（例）

$$P(x)=x^3+x^2+x+1$$

とする。

$$P(-2)=-8+4-2+1=-5$$

であるから、$P(x)$を$x+2$で割ったときの余りは-5である。

（例）

多項式$P(x)$を$(x-1)(x-2)$で割ったときの余りが、$x+1$であるとする。このときの商を$Q(x)$すると、

$$P(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+x+1$$

が成り立つ。この式に$x=1$および$x=2$を代入すると

$P(1)=2$、$P(2)=3$

であるから、$P(x)$を$x-1$、$x-2$で割ったときの余りは、それぞれ2、3である。

（例）

多項式 $P(x)$ を $x-1$、$x-2$ で割ったときの余りが、それぞれ、1、3 であるとする。このもとで、$P(x)$ を $(x-1)(x-2)$ で割ったときの余りを考える。a、b は実数の定数とする。

$P(x)$ を $(x-1)(x-2)$ で割ったときの余りは、1 次式または定数であるから、$ax+b$ とおくことができる。このときの商を $Q(x)$ とすると、

$$P(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+ax+b \quad \cdots①$$

が成り立つ。①より

$$P(1)=a+b\text{、}P(2)=2a+b$$

であり、仮定から、剰余の定理より

$$P(1)=1\text{、}P(2)=3$$

である。よって

$$a+b=1\text{、}2a+b=3$$

この連立方程式を解くと

$$a=2\text{、}b=-1$$

ゆえに、$P(x)$ を $(x-1)(x-2)$ で割ったときの余りは

$$2x-1$$

である。

インデックスに戻る