インデックスに戻る

８．複素数と方程式
８－１．複素数と２次方程式
８－１－３．解と係数の関係
８－１－３－４．２次方程式の解の符号

α、βが実数のとき、αとβの符号について、

αとβが異符号　$\Leftrightarrow$　$\alpha\beta < 0$

αとβがともに正　$\Leftrightarrow$　$\alpha + \beta > 0$　かつ　$\alpha\beta > 0$

αとβがともに負　$\Leftrightarrow$　$\alpha + \beta < 0$　かつ　$\alpha\beta > 0$

がいえる。これと、解と係数の関係を合わせると、2次方程式が実数解をもつ場合、その符号を調べることができる。

（例）

$x^2 + 5x + 1 = 0$の判別式をDとし、2解をα、βとする。

$$D = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 21 > 0$$

であるから、α、βは実数である。さらに

$$\alpha + \beta = -5 < 0、\alpha\beta = 1 > 0$$

であるから、

$$\alpha < 0、\beta < 0$$

である。実際、この方程式の解は

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

であり、この2解はともに負である。

（例）

2 次方程式

$$x^2+2ax+2a^2-1=0 \quad \cdots①$$

が 2 つの正の解をもつ条件を調べる。

①の判別式を D とし、2 解を α 、 β とする。まず、①が実数解をもつことが必要である。

$$\frac{D}{4}=a^2-(2a^2-1)=-a^2+1\geq 0$$

さらに、 α と β が正であるから

$$\alpha+\beta=-2a>0 \text{、} \alpha\beta=2a^2-1>0$$

以上より、①が 2 つの正の解をもつ条件は

$$\begin{cases} -a^2+1\geq 0 \\ -2a>0 \\ 2a^2-1>0 \end{cases}$$

この連立不等式を解くことにより

$$-1\leq a<-\frac{1}{\sqrt{2}}$$

インデックスに戻る