インデックスに戻る

８．複素数と方程式

８－１．複素数と２次方程式

８－１－３．解と係数の関係

８－１－３－２．２次式の因数分解

a、b、cを実数とする（$a \neq 0$）。2 次方程式$ax^2 + bx + c = 0$の 2 解をα、βとすると

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}、\alpha\beta = \frac{c}{a}$$

であるから

$$b = -a(\alpha + \beta)、c = a\alpha\beta$$

が成り立つ。よって、2 次式$ax^2 + bx + c$は次のように因数分解することができる。

$$\begin{aligned}
&ax^2 + bx + c \\
&= ax^2 - a(\alpha + \beta)x + a\alpha\beta \\
&= a\{x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta\} \\
&= a(x - \alpha)(x - \beta)
\end{aligned}$$

2 次式の因数分解

2 次方程式$ax^2 + bx + c = 0$の 2 解をα、βとすると、2 次式$ax^2 + bx + c$は次のように因数分解することができる。

$$ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)(x - \beta)$$

α、βは複素数である。すなわち、実数の場合もあるし、虚数の場合もある。

（例）

次の 2 次式を係数が複素数の範囲で因数分解する。

（１）　$3x^2-8x-3$

（２）　x^2-x+3

（１）

2 次方程式$3x^2-8x-3=0$を解の公式を用いて解くと

$$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-3\cdot(-3)}}{3}=\frac{4\pm5}{3}$$

よって

$$x=\frac{9}{3},\frac{-1}{3}$$

$$x=3,-\frac{1}{3}$$

したがって

$$\begin{aligned}&3x^2-8x-3\\&=3(x-3)\left\{x-\left(-\frac{1}{3}\right)\right\}\\&=3(x-3)\left(x+\frac{1}{3}\right)\\&=(x-3)(3x+1)\end{aligned}$$

（２）

2 次方程式$x^2-x+3=0$を解くと

$$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\cdot1\cdot3}}{2\cdot1}=\frac{1\pm\sqrt{11}\,i}{2}$$

よって

$$x^2-x+3=\left(x-\frac{1+\sqrt{11}\,i}{2}\right)\left(x-\frac{1-\sqrt{11}\,i}{2}\right)$$

インデックスに戻る