インデックスに戻る

８．複素数と方程式

８－１．複素数と２次方程式

８－１－２．２次方程式の解と判別式

８－１－２－１．２次方程式の解

a、b、cを実数とし、$a \neq 0$とする。次のxについての2次方程式を考える。

$$ax^2 + bx + c = 0$$

この方程式は次のように変形できる。

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} = 0$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

xを複素数の範囲で考えれば、$b^2 - 4ac < 0$の場合も、解を考えることができる。すなわち

$$x + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

（注）

$a > 0$ならば$\sqrt{a^2} = a$、$a < 0$ならば$\sqrt{a^2} = -a$であるが、複号±がついているので、上の式は、aの符号に関係なく成り立つ。

2 次方程式の解の公式

a 、 b 、 c を実数とし、 $a \neq 0$ とする。 x に関する 2 次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

（例）

2 次方程式 $2x^2 + 3x + 5 = 0$ を解くと

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5}}{2 \cdot 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{-31}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{31}\, i}{4}$$

a 、b' 、c を実数とし、$a \neq 0$ とする。2 次方程式 $ax^2 + 2b'x + c = 0$ の解は、上の公式で $b = 2b'$ とすることで、得られる。結果は次のようになる。

$$x = \frac{-b' + \sqrt{b'^2 - ac}}{a}$$

インデックスに戻る