インデックスに戻る

１２． 微分と積分

１２－３． 積分法

１２－３－２．定積分

１２－３－２－１．定積分の定義と計算

a、b は実数の定数、$f(x)$ は x の関数であるとし、関数 $F(x)$ は $f(x)$ の原始関数であるとする。すなわち $F'(x)=f(x)$ である。このとき

$$F(b)-F(a)$$

を $f(x)$ の a から b までの定積分といい、記号で $\int_a^b f(x)dx$ と書く。a を下端、b を上端という。

また、$F(b)-F(a)$ を $[F(x)]_a^b$ で表す。

定積分の定義

$F'(x)=f(x)$ のとき

$$\int_a^b f(x)dx=[F(x)]_a^b=F(b)-F(a)$$

（注）

上の定義は原始関数 $F(x)$ のとり方によらない。$G(x)$ も $f(x)$ の原始関数であるとき、

$$G(x)=F(x)+C$$

であるから

$$G(b)-G(a)=(F(b)+C)-(F(a)+C)=F(b)-F(a)$$

が成り立つ。

（注）

定積分では、変数を他の文字に変えても値は変わらない。例えば、

$$\int_a^b f(x)dx=\int_a^b f(t)dt$$

（例）

$$\int_2^5 x^2dx=\left[\frac{1}{3}x^3\right]_2^5=\frac{125}{3}-\frac{8}{3}=\frac{117}{3}=39$$

（例）

$$\int_0^1 (x-1)(x-2)dx = \int_0^1 (x^2 - 3x + 2)dx = \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x\right]_0^1$$

$$= \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{2} + 2\right) - 0 = \frac{2 - 9 + 12}{6} = \frac{5}{6}$$

インデックスに戻る