インデックスに戻る

１２． 微分と積分

１２－３． 積分法

１２－３－１．不定積分

１２－３－１－１．不定積分と導関数

関数 $f(x)$ に対して、微分すると $f(x)$ になる関数、すなわち、$F'(x)=f(x)$ を満たす関数 $F(x)$ を、$f(x)$ の原始関数という。

（例）

$\left(x^3\right)'=3x^2$ であるから、x^3 は $3x^2$ の原始関数である。

$\left(x^3+1\right)'=3x^2$ であるから、x^3+1 も $3x^2$ の原始関数である。

一般に、関数 $f(x)$ の原始関数は一つではない。$F(x)$、$G(x)$ がともに $f(x)$ の原始関数であるとき、$F(x)-G(x)$ は定数である。すなわち、$f(x)$ の原始関数の一つを $F(x)$ とすると、他の原始関数は $F(x)+C$（C は定数）の形に表すことができる。この表示を $f(x)$ の不定積分といって、記号で $\int f(x)dx$ と表す。定数 C を積分定数という。$f(x)$ の不定積分を求めることを、$f(x)$ を積分するという。

不定積分

$F'(x)=f(x)$ のとき

$$\int f(x)dx=F(x)+C \qquad （C は積分定数）$$

（例）

$$\left(x^2+x\right)'=2x+1$$

であるから

$$\int (2x+1)dx=x^2+x+C \qquad （C は積分定数）$$

（例）

$$(x)' = 1 \text{、} \left(\frac{1}{2}x^2\right)' = x \text{、} \left(\frac{1}{3}x^3\right)' = x^2$$

であるから

$$\int dx = x + C \text{、} \int x dx = \frac{1}{2}x^2 + C \text{、} \int x^2 dx = \frac{1}{3}x^3 + C \quad (C \text{は積分定数})$$

（注）

$\int 1dx$ を $\int dx$ と書くことがある。

上の例から、次のことがわかる。

定数関数、x^n の不定積分

$$\int dx = x + C \text{、} \int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + C \quad (n = 1, 2)$$

（C は積分定数）

インデックスに戻る