インデックスに戻る

１２．　微分と積分
１２－２．　関数の値の変化
１２－２－２．いろいろな応用
１２－２－２－３．不等式

微分法を用いて適当な関数の増減を調べることが、不等式の証明に役立つことがある。

（例）

$x \geq 0$ のとき、不等式 $x^3 + 2 \geq 3x$ が成り立つことを証明してみよう。

$$f(x) = x^3 + 2 - 3x \quad (x \geq 0)$$

とする。導関数は

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1) = 3(x-1)(x+1)$$

増減表は次のようになる。

x	0	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$		$-$	0	$+$
$f(x)$	$\searrow$		$\nearrow$	

$$f(1) = 1 + 2 - 3 = 0$$

よって、$x = 1$ のとき $f(x)$ は最小で最小値は 0 である。

したがって、$x \geq 0$ のとき不等式 $f(x) \geq 0$ が成り立ち、

$$x^3 + 2 \geq 3x$$

が成り立つ。また、この不等式の等号が成り立つのは、$x = 1$ の場合である。

インデックスに戻る