インデックスに戻る

１２． 微分と積分

１２－１． 微分係数と導関数

１２－１－２． 導関数とその計算

１２－１－２－２．微分の計算

関数 $f(x)$ から、その導関数 $f'(x)$ を求めることを、x で微分する、または単に、微分するという。

$f(x)=2x^3$ を微分すると、次のようになる。

$$
\begin{aligned}
&\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} \\
&=\lim_{h\to 0}\frac{2(x+h)^3-2x^3}{h} \\
&=\lim_{h\to 0}\frac{2(x^3+3x^2h+3xh^2+h^3)-2x^3}{h} \\
&=\lim_{h\to 0}\frac{2(3x^2h+3xh^2+h^3)}{h} \\
&=\lim_{h\to 0}\frac{2\cdot h(3x^2+3xh+h^2)}{h} \\
&=\lim_{h\to 0}2(3x^2+3xh+h^2) \\
&=2\cdot 3x^2 \\
&=6x^2
\end{aligned}
$$

$f(x)=x^3+x$ を微分すると次のようになる。

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\{(x+h)^3+(x+h)\}-(x^3+x)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\{(x+h)^3-x^3\}+\{(x+h)-x\}}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{(3x^2h+3xh^2+h^3)+h}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{h(3x^2+3xh+h^2)+h}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{h\{(3x^2+3xh+h^2)+1\}}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\{(3x^2+3xh+h^2)+1\}$$

$$=3x^2+1$$

一般に次のことが成り立つ。

k は定数とする。また、関数 $f(x)$ と $g(x)$ は、ある範囲でともに微分可能であるとする。その範囲では、次のように微分することができる。

$$\{kf(x)\}'=kf'(x)$$

$$\{f(x)+g(x)\}'=f'(x)+g'(x)$$

$$\{f(x)-g(x)\}'=f'(x)-g'(x)$$

（例）

$y=5x^3-4x^2+2x+4$ を微分すると

y'

$=\left(5x^3-4x^2+2x+4\right)'$

$=\left(5x^3\right)'-\left(4x^2\right)'+\left(2x\right)'+\left(4\right)'$

$=5\left(x^3\right)'-4\left(x^2\right)'+2\left(x\right)'+\left(4\right)'$

$=5\cdot 3x^2-4\cdot 2x+2\cdot 1+0$

$=15x^2-8x+2$

（例）

$y=\left(x^2+1\right)\left(x+1\right)$ を微分すると

y'

$=\left\{\left(x^2+1\right)\left(x+1\right)\right\}$

$=\left(x^3+x^2+x+1\right)'$

$=3x^2+2x+1$

インデックスに戻る