インデックスに戻る

４．場合の数と確率
４－３．確率
４－３－４．期待値
４－３－４－１．期待値の計算

20 本のくじがあり、1 等は 2 本で賞金が 1000 円、2 等が 4 本で賞金が 500 円、残りの 14 本がはずれで賞金はない。

このくじの賞金の合計は

$$1000 \times 2 + 500 \times 4 = 4000 \quad \text{円}$$

であるから、1 本あたりの賞金は

$$\frac{1000 \times 2 + 500 \times 4}{20} = \frac{4000}{20} = 200 \qquad \text{（円）}$$

である。この 1 本あたりの賞金を、次のように計算することもできる。

$$\frac{2}{20} \times 1000 + \frac{4}{20} \times 500 + \frac{14}{20} \times 0 = 200 \qquad \text{（円）}$$

これは、賞金の金額とその賞金を得られる確率の積を、ありうるものすべてについて加えたものになっている。

一般に、ある試行の結果として、偶然により値が決まる数量 X があって、これが x_1、x_2、x_3、…、x_n の値をとるとする。X が x_1、x_2、x_3、…、x_n の値をとる確率を、それぞれ p_1、p_2、p_3、…、p_n とするとき、$p_1x_1 + p_2x_2 + p_3x_3 + \cdots + p_nx_n$ を X の期待値という。

期待値

X	x_1	x_2	x_3	$\cdots$	x_n	合計
確率	p_1	p_2	p_3	$\cdots$	p_n	1

X のとる値 x_1、x_2、x_3、…、x_n に対し、その値をとる確率を、それぞれ、p_1、p_2、p_3、…、p_n とするとき、X の期待値は

$$p_1x_1 + p_2x_2 + p_3x_3 + \cdots + p_nx_n$$

期待値を求めるには、上のように、X の値とその値をとる確率の対応を表した表を作るとよい。

（例）

1 から 4 の数字が書かれたカードが 1 枚ずつ、合計 4 枚ある。この中から無作為に 1 枚のカードを選ぶ。どのカードを選ぶ確率も $\frac{1}{4}$ であるから、選んだカードに書かれた数字 X の値と、その値のカードを引く確率の対応を表す表は、次のようになる。

X	1	2	3	4	合計
確率	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

よって、 X の期待値は

$$\frac{1}{4}\times 1+\frac{1}{4}\times 2+\frac{1}{4}\times 3+\frac{1}{4}\times 4=\frac{10}{4}=\frac{5}{2}$$

インデックスに戻る