インデックスに戻る

４．場合の数と確率
４－３．確率
４－３－２．確率の性質
４－３－２－２．確率の基本性質

以下では、編集の都合上、空事象の記号∅をギリシャ文字ϕ（ファイ）で代用する。

1 つの試行において、U を全事象、A を事象とする。集合 X の要素の個数を$n(X)$で表すことにすると、

$$0 \leq n(A) \leq n(U)$$

であり、$n(U) > 0$ であるから

$$0 \leq \frac{n(A)}{n(U)} \leq \frac{n(U)}{n(U)}$$

よって

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

が成り立つ。とくに、$P(U) = 1$、$P(\phi) = 0$ である。

2 つの事象 A と B について、A と B が排反であるとき、

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

$$\frac{n(A \cup B)}{n(U)} = \frac{n(A)}{n(U)} + \frac{n(B)}{n(U)}$$

よって

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

が成り立つ。これを確率の加法定理という。

確率の基本性質

すべての事象 A に対して $0 \leq P(A) \leq 1$

空事象 ϕ の確率は $P(\phi) = 0$、全事象 U の確率は $P(U) = 1$

A、B が互いに排反であるとき、$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

3 コ以上の事象に対して、どの 2 個の事象をとっても互いに排反であるとき、これらは互いに排反であるという。3 コ以上の事象についても、2 コの場合と同様の加法定理が成り立つ。例えば、3 個の場合は、次のようになる。

$A \cap B = \phi$、$B \cap C = \phi$、$C \cap A = \phi$ ならば $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$

（例題）

3 個の赤玉と 4 個の白玉が入った袋がある。この袋から 2 個の玉を同時に取り出すとき、取り出した 2 個の玉の色が同じである確率を求めよ。

（解答）

7 個の玉から同時に 2 個の玉を取り出すとき、その組合せは

$${}_7C_2=\frac{7\cdot 6}{2\cdot 1}=21\quad\text{通り}$$

であり、これらはすべて同様に確からしい。このうち、取り出した 2 個の玉が両方とも赤玉である場合は

$${}_3C_2=\frac{3\cdot 2}{2\cdot 1}=3\quad\text{通り}$$

である。よって、取り出した 2 個の玉が両方とも赤玉である確率は

$$\frac{{}_3C_2}{{}_7C_2}=\frac{3}{21}=\frac{1}{7}$$

である。同様に、取り出した 2 個の玉が両方とも白玉である確率は

$$\frac{{}_4C_2}{{}_7C_2}=\frac{6}{21}=\frac{2}{7}$$

である。「取り出した 2 個が両方とも赤玉」という事象と「取り出した 2 個が両方とも白玉」という事象は互いに排反であり、この 2 コの事象の和事象が「2 個の玉の色が同じ」という事象であるから、その確率は

$$\frac{1}{7}+\frac{2}{7}=\frac{3}{7}$$

である。

[インデックスに戻る]