インデックスに戻る

４．場合の数と確率
４－２．場合の数
４－２－４．二項定理
４－２－４－４．二項定理の応用

（例題）

次の等式が成り立つことを証明せよ。

$${}_n\mathrm{C}_0+{}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_2+\cdots+{}_n\mathrm{C}_n=2^n$$

（解答）

二項定理より

$$(1+x)^n={}_n\mathrm{C}_0+{}_n\mathrm{C}_1x+{}_n\mathrm{C}_2x^2+\cdots+{}_n\mathrm{C}_nx^n$$

この式の x に $x=1$ を代入して

$$2^n={}_n\mathrm{C}_0+{}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_2+\cdots+{}_n\mathrm{C}_n$$

（例題）

$(a+b+c)^5$ の a^2b^2c の係数を求めよ。

（解答）

$x=a+b$ とする。$(x+c)^5$ の展開式のうち、c の一次の項は

$${}_5\mathrm{C}_4x^4c$$

である。$x^4=(a+b)^4$ の展開式のうち、a^2b^2 の項の係数は ${}_4\mathrm{C}_2$ であるから、$(a+b+c)^5$ の展開式の a^2b^2c の係数は

$${}_5\mathrm{C}_4\cdot{}_4\mathrm{C}_2=5\cdot6=30$$

（注）

$${}_5\mathrm{C}_4\cdot{}_4\mathrm{C}_2=\frac{5!}{4!1!}\cdot\frac{4!}{2!2!}=\frac{5!}{2!2!1!}$$

が成り立つ。一般に、$(a+b+c)^n$ の $a^pb^qc^r$ の係数は $\dfrac{n!}{p!q!r!}$ である。

インデックスに戻る