

[インデックスに戻る](#)

4. 場合の数と確率

4-2. 場合の数

4-2-4. 二項定理

4-2-4-1. 2つの項をもつ式の展開

$(a+b)^n$ の展開式について考える。

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

であった。 $(a+b)^3$ の展開式は

$$(a+b)^3 = (a+b)^2(a+b)$$

を用いると

$$\begin{aligned} & (a+b)^3 \\ &= (a+b)^2(a+b) \\ &= (a^2 + 2ab + b^2)(a+b) \\ &= (a^2 + 2ab + b^2)a + (a^2 + 2ab + b^2)b \\ &= (a^3 + 2a^2b + ab^2) + (a^2b + 2ab^2 + b^3) \\ &= a^3 + (2+1)a^2b + (1+2)ab^2 + b^3 \\ &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \end{aligned}$$

のように計算することができる。この計算を縦に書いて、次のように行うこともできる。

$$\begin{array}{rcccc} & & a^2 & + & 2ab & + & b^2 & & \\ & & \times & & & & & & \\ & & & & a & + & b & & \\ \hline & & a^2b & + & 2ab^2 & + & b^3 & & \\ a^3 & + & 2a^2b & + & ab^2 & & & & \\ \hline a^3 & + & 3a^2b & + & 3ab^2 & + & b^3 & & \end{array}$$

同じ計算を係数だけ取り出して、次のように行うこともできる。

$$\begin{array}{rcccc} & & +1 & & +2 & & +1 & & \\ & & \times & & & & +1 & & \\ & & & & +1 & + & +1 & & \\ \hline & & +1 & & +2 & & +1 & & \\ +1 & + & +2 & + & +1 & & & & \\ \hline +1 & + & +3 & + & +3 & + & +1 & & \end{array}$$

同様にすると、 $(a+b)^4$ の展開式を求めることができる。

		+1	+3	+3	+1
	×			+1	+1
		+1	+3	+3	+1
+1		+3	+3	+1	
+1		+4	+6	+4	+1

よって、

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

である。つづいて $(a+b)^5$ の展開式を求める。

		+1	+4	+6	+4	+1
	×				+1	+1
		+1	+4	+6	+4	+1
+1		+4	+6	+4	+1	
+1		+5	+10	+10	+5	+1

よって、

$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

である。

[インデックスに戻る](#)