インデックスに戻る

４．場合の数と確率

４－２．場合の数

４－２－２．順列

４－２－２－３．円順列

ものを円形に（円周上に、回転できる状態で）ならべた順列を円順列という。円順列では、回転して重なるものは、同じであるとみなす。

（例）

4 個の数字 1、2、3、4 の円順列を考えるために、まず 4 個の順列をすべて書き出す。

1234、1243、1324、1342、1423、1432
2134、2143、2314、2341、2413、2431
3124、3142、3214、3241、3412、3421
4123、4132、4213、4231、4312、4321

これを円形に並べる。順列の先頭から順に、円の右の位置から半時計周りにならべていく。

1	2	3	4	5	6
2 3 1 4	2 4 1 3	3 2 1 4	3 4 1 2	4 2 1 3	4 3 1 2
7	8	9	10	11	12
1 3 2 4	1 4 2 3	3 1 2 4	3 4 2 1	4 1 2 3	4 3 2 1
13	14	15	16	17	18
1 2 3 4	1 4 3 2	2 1 3 4	2 4 3 1	4 1 3 2	4 2 3 1
19	20	21	22	23	24
1 2 4 3	1 3 4 2	2 1 4 3	2 3 4 1	3 1 4 2	3 2 4 1

このうち、左上に書いた番号で（1、10、17、19）と（2、12、13、23）と（3、11、16、20）と（4、7、18、21）と（5、9、14、22）と（6、8、15、24）の組は、それぞれ回転すると重なる。

よって、4 個の数字の円順列は 6 通りである。

これを計算で求めるには、二つの方法がある。

（１）

4 個の数字から異なる 4 個を選んで並べる順列は ${}_4\mathrm{P}_4=4!$ である。このうち、円順列として重複するものは 4 通りずつ組になっている。これは、円順列としては同じものを、1 の場所を変えて書いてしまっているからである。よって、4 個の数字の円順列は

$$\frac{4!}{4}=\frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}{4}=6\text{ 通り}$$

である。

（２）

回転して重なるものを重複して数えないように、1 の場所を右に固定する。このときの円順列は、前の表で 1 番上の段に書かれたものである。1 以外の 3 個を並べればよいので、4 個の数字の円順列は ${}_3\mathrm{P}_3=3!$ に等しい。よって、4 個の円順列は、

$$(4-1)!=3!=1\cdot 2\cdot 3=6\text{ 通り}$$

である。

一般の場合も同様に考えることができる。

円順列

異なる n 個の円順列の総数は

$$\frac{n!}{n}=(n-1)!\quad\text{通り}$$

インデックスに戻る