

[インデックスに戻る](#)

4. 場合の数と確率

4-1. 集合とその要素の個数

4-1-2. 集合の要素の個数

4-1-2-2. 倍数の個数

二桁の整数のうち、3の倍数を小さいほうから並べると

$$12, 15, 18, \dots, 99$$

である。これを要素とする集合を A とすると

$$A = \{3 \cdot 4, 3 \cdot 5, 3 \cdot 6, \dots, 3 \cdot 33\}$$

と表すことができる。また、 A を次のように表すことも可能である。

$$A = \{3k \mid k = 4, 5, 6, \dots, 33\}$$

よって、 A の要素の個数 $n(A)$ は、 $k = 4, 5, 6, \dots, 33$ の整数の個数に等しい。1 から 33 までの整数から 1 から 3 までの整数を除いた個数を考えればよいので、

$$n(A) = 33 - 3 = 30$$

と計算できる。また、

$$n(A) = 33 - 4 + 1 = 30$$

としても同じことである。これは次のように説明できる。

数直線を考える。点 4 と点 33 との距離は、 $33 - 4$ で求めることができる。整数を端の点とする幅が 1 の区間 $3 \leq x \leq 4$ 、 $4 \leq x \leq 5$ 、 $5 \leq x \leq 6$ 、 $\dots$ 、 $32 \leq x \leq 33$ の個数が $33 - 4$ に一致する。 $4, 5, 6, \dots, 33$ はこの区間の境界および 4 と 33 の端の点からなる。したがって、整数 $4, 5, 6, \dots, 33$ の個数は $33 - 4 + 1 = 30$ 個である（植木算）。

(例題)

2桁の自然数のうち、次の個数を求めよ。

- (1) 5の倍数
- (2) 7の倍数
- (3) 5の倍数であり、かつ、7の倍数である自然数
- (4) 5の倍数であるか、または、7の倍数である自然数
- (5) 5の倍数でも7の倍数でもない自然数

(解答)

2桁の自然数全体を全体集合 U として、その部分集合 A 、 B は、5 倍数全体の集合を A 、7 の倍数全体の集合を B とする。

$$A = \{10, 15, 20, \dots, 95\}, B = \{14, 21, 28, \dots, 98\}, U = \{10, 11, 12, \dots, 99\}$$

(1)

$A = \{5 \cdot 2, 5 \cdot 3, 5 \cdot 4, \dots, 5 \cdot 19\}$ であるから

$$n(A) = 19 - 2 + 1 = 18$$

(2)

$B = \{7 \cdot 2, 7 \cdot 3, 7 \cdot 4, \dots, 7 \cdot 14\}$ であるから

$$n(B) = 14 - 2 + 1 = 13$$

(3)

$A \cap B$ の要素は、5 の倍数であり、かつ、7 の倍数であるから、35 の倍数である (逆に 35 の倍数は、必ず 5 の倍数であり、かつ、7 の倍数である)。よって

$$A \cap B = \{35, 70\} = \{35 \cdot 1, 35 \cdot 2\}$$

である。

$$n(A \cap B) = 2 - 1 + 1 = 2$$

(4)

求めるものは $n(A \cup B)$ である。

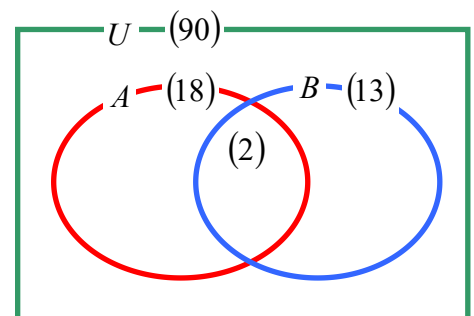
$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 18 + 13 - 2 = 29 \end{aligned}$$

(5)

求めるものは $n(\overline{A \cap B})$ である。

$$n(U) = 99 - 10 + 1 = 90$$

$$\begin{aligned} n(\overline{A \cap B}) &= n(\overline{A \cap B}) \\ &= n(\overline{A \cap B}) \\ &= n(U) - n(A \cap B) \\ &= 90 - 29 \\ &= 61 \end{aligned}$$



[インデックスに戻る](#)